Math. P. 59d

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

R

Anleitung
zur Begründung
des
Reesischen Ansatzes
in der Lehre
der
geometrischen Proportionen,
und
zur Anwendung desselben
auf die im gemeinen Leben vorkommenden
Rechnungsfälle.

Von
Johann von Gott Bundschue,
Professor der Mathematik und der Naturwissenschaften an dem königlich baierischen Gymnasium zu Kempten.

Kempten, 1812.
Gedruckt und im Verlag bey Dannheimer.

a. 34.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Ich habe diese Abhandlung zunächst für meine Schüler bearbeitet, weil der Herr geistliche Rath und Professor Magold, nach dessen Lehrbuche ich bereits im vierten Jahre an dem hiesigen königlich baier. Gymnasium Mathematik lehre, von dem Reesischen Ansatze wenig sagt, und davon gleichsam nur im Vorübergehen Erwähnung macht.

Es sey ferne von mir, als wenn ich dieses in dem Sinne gesagt haben wollte, um dadurch diesem vortrefflichen Lehrbuche in irgend einem Stücke ein Gebrechen aufzubürden. Der Herr geistliche Rath Magold behandelt in dem ersten

Theile seines mathematischen Lehrbuches die Arithmetik vollständig, und verbindet mit der vorangeschickten Theorie die practische Rechenkunst, indem er die 4 Rechnungsarten, die Proportions- und Progressions-Lehre ꝛc. zur Auflösung vorkommender Aufgaben anwendet; er konnte sich's also nie zum Zwecke gemacht haben, über den Reesischen Ansatz, in wie ferne er zur Auflösung der Aufgaben der sogenannten Regeldetri benützt werden kann, eine ausführliche Abhandlung zu liefern.

Damit nun meine Schüler diejenigen Lehrsätze, die sie nach dem eben erwähnten Lehrbuche studirt haben, nachlesen, und sich die gegebenen Beweise in's Gedächtniß zurückrufen können, so habe ich jederzeit die §§. nach Magold, und auch nach Vega citirt, weil es nämlich mehrere giebt, die, wenn sie auch nicht Ma-

gold's, doch aber Vega's mathematische Werke in Händen haben.

Es ist aber keines von diesen beyden Lehrbüchern unumgänglich nothwendig, um dasjenige zu verstehen, was ich nun in Betreff des Reesischen Ansatzes sagen werde; weil die aus der Theorie angeführten, und um deswillen nicht erwiesenen Lehrsätze in allen mathematischen Lehrbüchern vorgetragen werden, indem sie einzig und allein nur die 4 Rechnungsarten ganzer und gebrochener Grössen, die Theilbarkeit ganzer Zahlen, die Auflösung einfacher Gleichungen, und die geometrischen Verhältnisse und Proportionen zum Gegenstande haben; weßwegen auch diese gegenwärtige Abhandlung, welche sowohl die Begründung des Reesischen Ansatzes, als auch die Anwendung desselben auf die im gemeinen Leben vorkommenden Rechnungsfälle befaßt, von

jedem verstanden werden muß, der nur einigermaßen die ersten arithmetischen und algebraischen Functionen inne hat.

Ich trage die vorhin benannten, bey dem Reesischen Ansatze in Anwendung kommenden Lehrsätze in der Regel schon in der Untergymnasial-Klasse vor, wo ich dann in den ersten Monaten des folgenden Studien-Jahres den nämlichen Schülern, die nun in die untere Mittelklasse des Gymnasiums übergegangen sind, Unterricht über die practische Proportions-Lehre, und mithin auch über den Reesischen Ansatz ertheile.

Dabey bin ich weit entfernt, die Schüler bloß mit einer mechanischen Verfahrungsweise bekannt zu machen; sie müssen, um ganz von der Richtigkeit und allgemeinen Giltigkeit der vorkommenden Veränderungen überzeugt zu seyn, überall

die Gründe angeben, und daher jedes der vorgelegten Beyspiele strenge nach den — bey den Gleichungen und Proportionen aufgestellten Lehrsätzen ausarbeiten können; mit dem Reesischen Ansatze mache ich sie dann nur um deswillen bekannt, damit sie die Sache anzugehen wissen, wenn sie geschwind diese oder jene gegebene Aufgabe auflösen möchten. Gewiß, was ich mehrmal zu bemerken Gelegenheit finden werde, wird Niemand verlangen, daß man bey jedem einzelnen Beyspiele die im Allgemeinen gegebenen Beweise, welche man, um die Sache zu verstehen, immerhin wissen muß, wiederhole. Wenn ich die Formel, welche mir die Regel ausdrückt, die ich beobachten muß, aufgefaßt und verstanden habe, so bin ich ganz von der Richtigkeit aller aus derselben hervorgehenden besondern Resultate überzeugt, weil die allgemeine Auflösung, welche mich auf die Formel

hinführet, und die Richtigkeit derselben beweiset, alle einzelnen Auflösungen in sich begreift.

Man wird daher durchgehends finden, daß ich den Reesischen Ansatz in jeder Hinsicht gründlich behandle, während ich denselben zugleich practisch anwendbar zu machen suche. Deßwegen schmeichle ich mir, dem Publikum etwas zu liefern, welches, wenn gleich weder der Reesische Ansatz, noch der Gedanke, daß er in der Proportionslehre seine Begründung habe, neu ist, in Betreff der Art und Weise, wie ich die Sache behandle, nicht ganz ohne allen Gehalt seyn dürfte.

Ich habe in einem Zeitraume von mehr als 10 Jahren, während welcher ich in der Mathematik theils privat-, theils öffentlichen Unterricht ertheile, die Bemerkung gemacht, daß der gründliche Unter-

richt allein das zuverläßigste Mittel ist, reelle mathematische Kenntnisse beyzubringen, und zugleich die Anlagen und Fähigkeiten des jugendlichen Geistes zu entwickeln und auszubilden.

Nun ist aber gerade dieses der Zweck des mathematischen Gymnasialunterrichtes; die Mathematik muß da den Anforderungen des allerhöchsten Normativs gemäß im strengen Sinne als Wissenschaft behandelt werden, um die Schüler, indem sie die Verhältnisse der Größen auffassen, allererst an ein gründliches Denken zu gewöhnen, und sie dadurch für das Studium der übrigen Wissenschaften vorzubereiten, wodurch sie sich zugleich, während ihr Verstand auf eine zweckmäßige Weise geübt wird, ein bestimmtes Quantum mathematischer Kenntnisse eigen machen, um dann in der Folge am Lyzeum, oder an der Universität dem höhern mathemati-

schen und physikalischen Unterrichte mit Nutzen beywohnen zu können.

Ich rede aber hier nur von jener Gründlichkeit des Unterrichtes, mit welcher auch die gehörige Deutlichkeit verbunden wird.

Alle angeführten Gründe haben für den Zuhörer kein Interesse, wenn sie der Art sind, oder aber so vorgetragen werden, daß sie von demselben nicht aufgefaßt und eingesehen werden können. Es muß der Unterricht immer den Bedürfnissen der Schüler angemessen, und genau nach ihren Vorkenntnissen und Fassungsfähigkeiten berechnet seyn.

Aus diesem Grunde wiederhole ich das Erklärte in der folgenden Unterrichtsstunde jedesmal gleich, und wiederhole es so oft, bis ich weiß, daß es von den Schülern

verstanden worden ist, um dann auf dieses den folgenden Unterricht hinbauen, und so stufenweise vom Leichtern zum Schwerern übergehen zu können.

Ich enthalte mich, mehreres sowohl über den Zweck des mathematischen Gymnasialunterrichtes, als auch über die bey demselben zu beobachtende Methodik zu sagen, da es bey der gegenwärtigen Veranlassung meine Tendenz nicht seyn kann, mich hierüber ausführlicher zu erklären.

Aus dem eben Erwähnten wird man ermessen können, ob und in wie ferne ich mir in diesem Puncte die wahre Ansicht eigen gemacht habe. Ich rechne zuversichtlich darauf, jeder unbefangene Leser, der mit dem mathematischen Unterrichtsgeschäfte vertraut ist, werde meiner Methodik seine Beystimmung nicht versagen; zumal wenn in Erwägung gezogen wird,

daß ich den erwähnten Unterricht in der Mathematik an einer höhern Lehranstalt Schülern ertheile, die gewöhnlich auch schon eines reifern Alters sind.

Aus der vorliegenden Schrift, um nun wieder auf diese zurückzukommen, wird man ersehen, daß es sich vorzüglich um die Vortheile des Reesischen Ansatzes streite, ob sie nämlich der Art seyen, daß bey practischen Fällen, wo es nur um die schnelle Berechnung des durch die Aufgabe gesuchten Resultates zu thun ist, die Reesische Verfahrungsweise den andern Methoden, die rücksichtlich der Aufgaben der Regeldetri bekannt sind, vorzuziehen sey. — Daß in der Geometrie, Trigonometrie ꝛc. vom Reesischen Ansatze keine Rede seyn könne, wird jedem aus dem einfachen Grunde einleuchtend seyn, weil es bey diesen Wissenschaften der Hauptzweck ist, die Verhältnisse

der Linien, Flächen ꝛc. die man eben deß-wegen als gezählte Größen betrachtet, durch Hülfe der Arithmetik in Zahlen darzustellen, wo also die Form der Proportion wesentlich beybehalten werden muß. Hat man aber einmal die Proportion vor sich, dann würde der Reesische Ansatz keine Vortheile mehr gewähren, wenn man sich desselben bedienen wollte, um das unbekannte Glied der Proportion zu finden, zumal da bey dieser Anwendung der geometrischen Proportionslehre mehrentheils einfache Proportionen vorkommen, ohne sie durch Multiplication in eine zusammengesetzte verwandeln zu müssen.

Was ich nun hinsichtlich des oft benannten Reesischen Ansatzes sage, habe ich in der vollen Ueberzeugung, die Sache verhalte sich wirklich so, hingeschrieben. Ich bleibe so lange fest auf der einmal gefaßten Meynung, bis man

mir überwiegende Gründe darbringt, die mich motiviren, den Reesischen Aufsatz von einem andern Gesichtspuncte aus zu betrachten. Man kömmt eben dadurch der Wahrheit auf die Spur, und lernt die Sache zuletzt von der wahrhaft guten Seite kennen, wenn man nach langer Untersuchung, und vielfältiger Prüfung alles dasjenige reiflich zu erwägen, und unbefangen zu beurtheilen im Stande ist, was sich immer mit Grund für und gegen dieselbe sagen läßt.

Kempten, den 16. April 1812.

Professor Bundschue.

Inhalt.

I. Abschnitt.

Vorläufige Erklärungen . §. 1. bis §. 6.

II. Abschnitt.

Lehrsätze, aus welchen man erkennt, ob und in welchem Verhältnisse die Größen zu einander stehen . . . . §. 7. — §. 10.

III. Abschnitt.

Begriff des Reesischen Ansatzes, nebst Benennung der Aufgaben, bey welchen man sich desselben bedienen kann . . §. 11. — §. 13.

IV. Abschnitt.

Entwicklung der Reesischen Regeln für die erwähnten 5 Fälle, in Betreff der Aufgaben:

I. Der einfachen geraden Regeldetri §. 14. — §. 23.

II. Der einf. verkehrten Regeldetri §. 24. — §. 28.

III. Der zusammengesetzten geraden Regeldetri §. 29. — §. 32.

IV. Der zusammengesetzten verkehrten Regeldetri §. 33. — §. 35.

V. Der zusammengesetzten geraden und verkehrten Regeldetri zugleich . . §. 36. — §. 39.

V. Abschnitt.

I. Die Probe . . . §. 40. — §. 42.
II. Die Aufhebung der Brüche §. 43. — §. 44.
III. Das Verkleinern . . §. 45. — §. 46.
IV. Die Reductionen . . §. 47. — §. 63.
V. Aufgaben, wo diese Reductionen vorkommen §. 64. — §. 73.
VI. Die Vortheile des Reesischen Ansatzes §. 74. — §. 79.

VI. Abschnitt.

Anwendung des Reesischen Ansatzes, auf

A) Die Gesellschafts-Regel . §. 80. — §. 90.
B) Die Vermischungs-Regel . §. 91. — §. 92.
C) Die Steuer-Rechnungen . §. 93. — §. 97.
D) Die Brand-Assecuranz-Rechnung. §. 98. — §. 100.
E) Die Alligations-Regel §. 101. — §. 120.
F) Die Reductionen verschiedener Maaße, Gewichte, und Münzen . . §. 121. — §. 131.
G) Verschiedene, nicht aufgelößte Beyspiele §. 132. — §. 133.

I. Abschnitt.

Vorläufige Erklärungen.

§. 1.

Zwey oder mehrere Dinge können auf eine mannigfaltige Weise zusammen gehalten — mit einander verglichen — werden, wo dann der Vergleichende immerhin sehen und untersuchen wird, ob das eine eben so oder anders beschaffen sey, als das andere. Da nun die Eigenschaften selbst derjenigen Dinge, die ganz der nämlichen Art zu seyn scheinen, gleichsam ins Unendliche modifizirt sind, so kann auch die Vergleichung der Dinge untereinander ohne Ende fortgesetzt werden. Es hält schwer, in der Natur zwey Dinge aufzufinden, die sich ganz vollkommen gleich wären, wo man also im allerstrengsten Sinne sagen könnte „A = A", und gäbe es auch solche, sich vollkommen gleiche Dinge, so müßte diese Gleichheit erst durch die wirkliche Vergleichung erkannt werden, wo dann das Nämliche eben so in dem einen, wie in dem andern beobachtet würde.

§. 2.

Weil Mathematik die Wissenschaft der Größen ist, und ein Ding nur in so ferne als Größe betrachtet wird, in wie ferne man in

demselben auf das vorhandene gleichartige Mannigfaltige sieht, so findet im Gebiete der Mathematik keine andere Vergleichung Statt, als eben diejenige, bey welcher die Dinge, welche man wechselseitig auf einander bezieht, als Größen betrachtet werden.

§. 3.

Das Resultat der Vergleichung giebt dasjenige, was man Verhältniß nennt; indem man, wenn ein Ding mit einem andern verglichen — eines in der Vorstellung zum andern hingehalten, auf das andere bezogen — wird, durch diesen Vergleichungsakt erkennt, wie sich eines zum andern verhalte, d. h. wie ein Ding in Beziehung auf das andere beschaffen sey. — Wie nun aber (§. 1.) die Vergleichungen sehr mannigfaltig seyn können, indem es darauf ankömmt, in welcher Absicht die Dinge mit einander verglichen werden, eben so verschieden sind die Resultate derselben, nämlich die Verhältnisse. Daher ist selbst im gemeinen Leben so oft, ja unausgesetzt, die Rede von Verhältnissen, und passend nennt man die Schicksale, und vielfachen Umgebungen, in welche der Mensch auf dieser Erde versetzt wird, seine mannigfaltigen Lebensverhältnisse.

§. 4.

Ausser einem vernünftigen Wesen, das die Dinge miteinander vergleicht, und durch die Vergleichung das vorhandene Verhältniß einsieht, giebt es kein Verhältniß. Man muß da-

her wohl das Objekt des Verhältnisses, und das Verhältniß selbst unterscheiden; die Dinge, welche existiren, oder gedacht werden, geben den Stoff zur Vergleichung, nicht aber schon an und für sich das Verhältniß selbst, welches erst durch die Vergleichung erkannt wird.

§. 5.

Weßwegen zwey Dinge, wenn man sie auch als Größen betrachtet, und ihre Größe durch Zahlen ausdrückt, noch nicht das sogenannte mathematische Verhältniß geben; es fehlt das Wesentliche — die Vergleichung —; wohl aber hat man das mathematische Verhältniß, wenn Dinge als Größen so miteinander verglichen werden, daß die Größe eines Dinges durch die Vergleichung mit einem andern bestimmt werden kann. Findet dieses Letztere Statt, d. h., kann durch die Vergleichung die Größe eines andern Dinges bestimmt werden, so setzt dieses schon zum voraus, daß die Dinge ihrer Natur nach so miteinander wechselseitig verbunden sind, daß immer eines durch das andere bestimmbar sey, und daß, wenn eines bekannt ist, eben auch durch die Vergleichung das andere gefunden werden könne; ob aber zwey Dinge wirklich so beschaffen seyen, und mithin zwischen denselben diese eben angezeigte Verbindung Statt finde, muß man aus den Dingen selbst erkennen, sobald man sie miteinander vergleicht, darüber kann die Mathematik keine Lehrsätze aufstellen.

Es kann daher mit Herrn Professor Mägold das mathematische Verhältniß — jenes Verhältniß genannt werden, wo die Größe eines Dinges durch die Vergleichung mit einem andern bestimmt wird. Sind zwey Dinge schon ihrer Natur nach zum voraus so miteinander verbunden, daß durch die Vergleichung die Größe eines Dinges aus dem andern bestimmt werden kann, so sagt man ganz richtig, die Dinge stehen in einem mathematischen Verhältnisse; wären sie aber der Art, daß mittels der Vergleichung keines durch das andere bestimmt werden könnte, dann ständen sie zusammen in keinem mathematischen Verhältnisse.

§. 6.

Wenn aber auch eines durch das andere mittels der angestellten Vergleichung bestimmt werden kann, d. h. wenn auch die Dinge als Größen betrachtet in einem mathematischen Verhältnisse stehen, so tritt doch noch ein zweyfacher Fall ein: entweder ist mit der Zunahme eines Dinges auch wieder die Zunahme des andern, oder umgekehrt mit der Zunahme des erstern die Abnahme des andern verbunden — daher sagt man:

a) zwey Größen A, B stehen zu einander im geraden Verhältnisse, wenn mit der Zunahme der einen die Zunahme der andern, und mit der Abnahme von A die Abnahme von B verknüpft ist.

Durch die angestellte Vergleichung wird man finden, daß nachstehende Dinge, die als Größen betrachtet werden, zu einander im geraden Verhältnisse stehen, weil man immer sagen kann: „je mehr, desto mehr — je größer, desto größer" ꝛc.

1) die Menge der Waaren und ihre Preise;

2) der Zins mit der Größe des Kapitals, der Länge der Zeit, während welcher das Kapital aufgelegt ist, und mit den Prozenten;

3) die Anzahl der Arbeiter mit ihrer Verrichtung und dem Lohne dafür;

4) die Größe der Verrichtung mit der dazu erforderlichen Zeit;

5) verschiedene Gewichte, Längen- Getraid- Wein-Maaße, verschiedene Geldsorten zu einander ꝛc.

b) Wird hingegen durch die Zunahme der erstern Größe A die Abnahme der zweyten Größe B, und durch die Abnahme von A die Zunahme von B bestimmt, so stehen die Größen A und B zu einander im umgekehrten Verhältnisse.

Durch angestellte Vergleichung wird man finden, daß nachstehende Dinge im umgekehrten Verhältnisse stehen, weil man immer sagen muß: „je mehr, desto weniger — je größer A ist, desto kleiner ist B" ꝛc.

1) bey einerley Arbeit — die Anzahl der Arbeiter und die dazu erforderliche Zeit;

2) die Länge und Breite des zu einem Kleide erforderlichen Tuches;

3) die Anzahl der Menschen mit der Zeit, in welcher sie einen gewissen Vorrath von Lebensmitteln aufzehren;

4) das Kapital mit der Zeit, um den nämlichen Zins zu geben;

5) die Anzahl der wöchentlichen Tage und der täglichen Stunden, die man verwendet, um eine gewisse Arbeit zu vollenden, mit der Zeit, welche in Monaten ausgedrückt wird ꝛc.

II. Abschnitt.

Lehrsätze, aus denen man erkennt, ob und wie jede zwey beliebige Theile der ersten Größe A — mit den correspondirenden Theilen der andern Größe B proportionirt sind.

§. 7.

I. Lehrsatz:

Wenn zwey Größen A, B so in einem geraden Verhältnisse stehen, daß, wenn m, n jede mögliche ganze Zahl ausdrücken, den Theilen a, ma der einen Größe A, allemal der Ordnung nach die Theile b, mb der andern Größe B entsprechen, so giebt der $\frac{n}{m}$ a von A, allemal den $\frac{n}{m}$ b von B.

kürzer:

A.		B.
a.	gebe	b.

2a.	gebe	2b.
3a.	—	3b.
ma.	—	mb.

dann giebt auch

$\frac{n}{m}$ a von A den $\frac{n}{m}$ b von B.

zum Beyspiel:

Wenn 100 fl. Kapital 5 fl. Zins, zweymal 100 fl. Kap. zweymal 5 fl. Zins, und m. mal 100 fl. Kap. m. mal 5 fl. Zins geben, dann geben $\frac{n}{m}$ 100 fl. Kap. auch $\frac{n}{m}$ 5 fl. Zins, oder

A.		B.
100 fl.	geben	5 fl.
2. 100 fl.	—	2. 5 fl.
m. 100 fl.	—	m. 5 fl.

Wenn dieses, dann geben auch

$\frac{n}{m}$ 100 fl. — $\frac{n}{m}$ 5 fl.

Beweis.

Man setze: $\frac{1}{m}$ a, gebe von B den Theil d, so wird, wenn der erste Theil m. mal zunimmt, auch der andere, diesem entsprechende, m. mal zunehmen, weil gemäß der Voraussetzung die Größen A und B im geraden Verhältnisse stehen, und $\frac{1}{m}$ a ein Theil von A, und d der correspondirende Theil von B ist, mithin m. $\frac{1}{m}$ a giebt m d; wenn ich a mit m. multiplicire, und mit m dividire, so erhalte ich a, folglich

a giebt m d, und
a — b;

wie nun a gleich a ist, eben so muß auch md = b seyn, da dem nämlichen Theile der Größe A auch wieder der nämliche Theil der Größe B entsprechen muß, also

md = b, und deßwegen

$$d = \frac{1}{m} b.$$

Nun aber giebt $\frac{1}{m}$ a den Theil d, und $d = \frac{1}{m} b$, also

$\frac{1}{m} a$ giebt $\frac{1}{m} b$;

wenn das erste n. mal größer wird, so wird auch das zweyte n. mal größer,

folglich

$n \frac{1}{m} a$ giebt $n \frac{1}{m} b$

oder

$\frac{n}{m} a$ giebt $\frac{n}{m} b$. — q. e. d.

Kürzer:

A. B.

1) $\frac{1}{m} a$ gebe d

Dann giebt

$m \frac{1}{m} a$ — md

$$m \frac{1}{m} a = a$$

2) a giebt md
a — b

$$\text{also} \quad m\,d = b, \text{ und}$$
$$d = \frac{1}{m} b.$$

3) nach 1. giebt $\frac{1}{m}$ a, d und

$d = \frac{1}{m}$ b, also

$$\frac{1}{m} a \quad \text{giebt} \quad \frac{1}{m} b,$$
und
$$n\frac{1}{m} a \quad \text{giebt} \quad n\frac{1}{m} b$$
oder
$$\frac{n}{m} a \quad \text{giebt} \quad \frac{n}{m} b.$$

§. 8.

II. Lehrsatz:

Wenn m, n jede beliebige ganze Zahl bezeichnen, und die Größen, A, B im umgekehrten Verhältnisse so zu einander stehen, daß den Theilen a, ma der einen Größe A, von der andern B die Theile b, $\frac{1}{m}$ b der Ordnung nach entsprechen, so giebt der Theil $\frac{n}{m}$ a von A den Theil $\frac{m}{n}$ b der Größe B.

kürzer:

A		B
a	gebe	b
2a	—	$^1/_2$ b
3a	—	$^1/_3$ b
ma	—	$\frac{1}{m}$ b

Dann giebt auch

$\frac{n}{m}$a von A den Theil $\frac{m}{n}$b von B.

Zum Beyspiel:

Wenn 100 Menschen einen Vorrath von Lebensmitteln in 8 Monaten, und m. 100 Menschen solchen in $\frac{1}{m}$ 8 Monaten aufzehren, so werden $\frac{n}{m}$ 100 Menschen selben in $\frac{m}{n}$ 8 Monaten verzehren.

oder

A		B
100.	gebe	8.
m. 100.	—	$\frac{1}{m}$ 8.

Dann verzehren diesen Vorrath $\frac{n}{m}$ 100 Menschen in $\frac{m}{n}$ 8 Monaten.

Beweis:

Man setze: $\frac{1}{m}$ a gebe d, so wird, wenn der erste Theil der Größe A, m. mal zunimmt, der andere Theil der Größe B, m mal abnehmen, weil nach der Voraussetzung die Größen A, B im umgekehrten Verhältnisse stehen, somit

m $\frac{1}{m}$ a giebt $\frac{1}{m}$ d, und da m. $\frac{1}{m}$ a = a

so giebt a, von B $\frac{1}{m}$ d

a	giebt	$\frac{1}{m}$ d
a	—	b

also wie a = a, so ist auch $\frac{1}{m}$ d = b, und d = mb

nun

$\frac{1}{m}$ a giebt d, also giebt auch $\frac{1}{m}$ a — mb.

Wenn $\frac{1}{m}$ a, n. mal zunimmt, so nimmt mb., n. mal ab, also

$n \frac{1}{m}$ a giebt $\frac{1}{n}$ mb

oder

$\frac{n}{m}$ a giebt $\frac{m}{n}$ b. — q. e. d.

kürzer:

1) A B

$\frac{1}{m}$ a gebe d

Dann giebt

m. $\frac{1}{m}$ a — $\frac{1}{m}$ d

m. $\frac{1}{m}$ a = a,

also

2) a giebt $\frac{1}{m}$ d, und

a — b

somit

$\frac{1}{m}$ d = b, und d = mb.

3) $\frac{1}{m}$ a giebt d (Nro. 1.)

folglich

$\frac{1}{m}$ a giebt mb

und

$$n. \frac{1}{m} a \quad \text{giebt} \quad \frac{1}{n} mb$$

oder

$$\begin{array}{ccc} A & & B \\ \frac{n}{m} a & \text{giebt} & \frac{m}{n} b. \end{array}$$

§. 9.

III. Lehrsatz:

Wenn m, n jede beliebige ganze Zahl bezeichnen, und die Größen A, B so im geraden Verhältnisse stehen, daß den Theilen a, ma der ersten Größe A, jederzeit der Ordnung nach die Theile b, mb der zweyten Größe B entsprechen, so sind jede zwey beliebige Theile a, α der ersten Größe A, den correspondirenden Theilen b, β der andern B proportionirt, d. i.

$$a : \alpha. = b : \beta.$$

kürzer:

$$\begin{array}{ccc} A & & B \\ a & \text{gebe} & b \\ ma & — & mb. \end{array}$$

Dann verhält sich

$$\begin{array}{ccc} A & & B \\ a : \alpha. & = & b : \beta. \end{array}$$

zum Beyspiel:

Wenn 100 fl. Kapital 5 fl. Zins, und 4 mal 100 fl. Kapital 4 mal 5 fl. Zins geben, dann verhält sich: Kap. Zins.

$$100 : 4. 100 = 5 : 4. 5.$$

$$100 : 400 = 5 : 20.$$

$$\frac{400}{100} = \frac{20}{5} = 4.$$

Beweis:

Brüche von gleichen Nennern verhalten sich wie ihre Zähler, und das Verhältniß zweyer Brüche läßt sich allemal auf das Verhältniß ganzer Zahlen bringen (Magold §. 198. Vega §. 188.); wenn also a, α gebrochene Zahlen sind, so bringe man sie unter einerley Benennung, und drücke die Zähler durch m, n aus, dann verhält sich

$$a : \alpha = m : n.$$

Die Proportion bleibt unverändert, wenn man die Glieder des zweyten Verhältnisses mit der nämlichen Zahl dividirt (Mag. §. 216. Vega §. 187.), daher mit m dividirt

$$a : \alpha = 1 : \frac{n}{m}$$

Das Produkt der äussern Glieder ist gleich dem Produkte der mittlern (Mag. §. 210. IV. Zus. — Vega §. 182.)

$$\alpha = \frac{n}{m} a.$$

Nun giebt gemäß der Voraussetzung a den Theil b, und ma den Theil mb, und (§. 7.) $\frac{n}{m}$ a den Theil $\frac{n}{m}$ b

Weil aber $\alpha = \frac{n}{m}$ a, so giebt α den Theil $\frac{n}{m}$ b, und α den Theil β; wie nun $\alpha = \alpha$, so ist auch $\beta = \frac{n}{m}$ b.

Ferner, a: a = b: b, weil $\frac{a}{a} = \frac{b}{b} = 1.$

Beyde Hinterglieder mit $\frac{n}{m}$ multiplicirt, (Mag. §. 216. — Vega §. 187.)

$$a : \frac{n}{m} a = b : \frac{n}{m} b.$$

Anstatt Gleichem setze man Gleiches, da nun $\frac{n}{m} a = \alpha$. und $\frac{n}{m} b = \beta$, so verhält sich

$$a : \alpha = b : \beta. \text{ — q. e. d.}$$

kürzer:

1) $a : \alpha = m : n$

$a : \alpha = 1 : \frac{n}{m}, \quad \alpha = \frac{n}{m} a.$

2) a giebt b.

ma — mb.

$\frac{n}{m} a$ — $\frac{n}{m} b$.

also auch

3) α giebt $\frac{n}{m} b$.

α — β.

folglich

4) $\beta = \frac{n}{m} b$.

5) $a : a, = b : b,$

$a : \frac{n}{m} a = b : \frac{n}{m} b.$

und deßwegen nach 1 und 4.

$$a : \alpha = b : \beta.$$

§. 10.

IV. Lehrsatz:

Wenn m, n jede beliebige ganze Zahl ausdrücken, und zwey Größen im umgekehrten

Verhältnisse so zu einander stehen, daß den Theilen a, ma von A. die Theile b, $\frac{1}{m}$ b von B der Ordnung nach einander entsprechen; so sind jede zwey beliebige Theile a, α von A, den beiden correspondirenden Theilen b, β von B umgekehrt proportionirt, d. i.

$$a : \alpha = \beta : b.$$

Kürzer:

A		B
a	gebe	b
ma	—	$\frac{1}{m}$ b

Dann verhält sich

A		B
a: α	=	β: b.

Zum Beyspiel:

Wenn 100 Menschen eine gewiße Arbeit in 6 Tagen, und 200 Menschen selbe in 3 Tagen verrichten, dann verhält sich

$$100 : 2.\ 100 = \tfrac{1}{2}\ 6 : 6.$$
$$100 : 200 = 3 : 6.$$

Beweis:

Gemäß dem eben Gesagten (§. 9.) verhält sich: $a : \alpha = m : n$ und

$$a : \alpha = 1 : \frac{n}{m} \text{ daher}$$

$$\alpha = \frac{n}{m}\ a.$$

Da nun a den Theil b giebt, und ma den Theil $\frac{1}{m}$ b nach der Annahme, so giebt nach

§. 8. der Theil $\frac{n}{m}$ a den Theil $\frac{m}{n}$ b; weil aber $\alpha = \frac{n}{m}$ a, so giebt auch

α den Theil $\frac{m}{n}$ b und

α giebt β

also, wie $\alpha = \alpha$, so ist auch $\frac{m}{n}$ b $= \beta$.

Ferner ist a: a = b: b.

Man multiplicire die beiden Hinterglieder mit $\frac{n}{m}$, dann multiplizire man die Glieder des zweyten Verhältnisses mit m, und nach diesem dividire man eben diese beyden Glieder mit n (Mag. §. 216. — Vega §. 187.),

man erhält

1) $a : \frac{n}{m} a = b : \frac{n}{m} b$.

2) $a : \frac{n}{m} a = bm : nb$.

3) $a : \frac{n}{m} a = \frac{m}{n} b : b$.

Anstatt Gleichem setze man Gleiches, da

$\alpha = \frac{n}{m} a$ und

$\beta = \frac{m}{n} b$.

so verhält sich $a : \alpha = \beta : b$. — q. e. d.

Kürzer:

1) $a : \alpha = m : n$

$a : \alpha = 1 : \frac{n}{m}$, und

$\alpha = \frac{n}{m} a$.

2)

2) a giebt b.

ma — $\frac{1}{m} b$.

$\frac{n}{m} a$ — $\frac{m}{n} b$.

also auch

3) α giebt $\frac{m}{n} b$, und

α — β, folglich

$\beta = \frac{m}{n} b$.

4) $a : a = b : b$.

$a : \frac{n}{m} a = b : \frac{n}{m} b$.

$a . \frac{n}{m} a = mb : nb$.

$a : \frac{n}{m} a = \frac{m}{n} b : b$.

und nach 1. und 3.

wo $\alpha = \frac{n}{m} a$, und $\beta = \frac{m}{n} b$

5) $a : \alpha = \beta : b$.

Anmerkung: Aus den bisher aufgestellten Lehrsätzen wird man von selbst ersehen, daß sie lediglich nur für jene Fälle gelten, wo schon zum voraus durch die angestellte Vergleichung aus der Natur der Dinge selbst bekannt ist, ob sie in dem (§. 6.) angegebenen Sinne zu einander im geraden oder umgekehrten Verhältnisse stehen; Dinge, die ausser aller wechselseitigen Verbindung sind, wovon keines das andere bestimmt, stehen in gar keinem mathematischen Verhältnisse, bey diesen kann man nie sagen, daß die Theile des erstern mit den Theilen des

andern proportionirt sind, mithin findet auch da keine Anwendung der Proportions-Lehre Statt, um gewiße Aufgaben aufzulösen.

III. Abschnitt.

Begriff des Reesischen Ansatzes, nebst Benennung der Aufgaben, bey welchen man sich desselben bedienen kann.

§. 11.

Reesischer Ansatz

wird derjenige Ansatz genannt, bey welchem ein Product dem andern Producte gleich gesetzt wird, und wo anstatt dem gewöhnlichen Gleichheits-Zeichen (=) ein Vertical-Strich gezogen wird, und die Factoren der Producte, anstatt sie mit den gewöhnlichen Multiplications-Zeichen zu verbinden, untereinander gesetzt werden. — Die des einen Productes auf die linke, die des andern auf die rechte Seite. — Weil man sich dieses Ansatzes gewöhnlich nur in jenen Fällen bedient, wo die geometrische Proportion in eine Gleichung verwandelt wird, so kann der Reesische Ansatz auch jener Ansatz genannt werden, bey welchem das Product der äussern Glieder gleich gesetzt wird dem Producte der mittlern Glieder, die Proportion mag einfach, oder aber durch Multiplication mehre-

rer Proportionen zusammengesetzt seyn; anstatt dem gewöhnlichen Gleichheits-Zeichen (=) zieht man eine verticale Linie — in der Richtung von oben nach unten —, und die zu Producten verbundenen Factoren schreibt man ohne Multiplications-Zeichen untereinander.

Derselbe ist demnach nichts anderes, als der Ausdruck einer Gleichung; alle links stehenden Zahlen miteinander multiplicirt geben die erste, hingegen das Product der rechtsstehenden Zahlen giebt die zweyte Seite der Gleichung, z. B.

$$3 : 6 = 4 : 8.$$

$$3 \times 8 = 6 \times 4.$$

Die Gleichung Reesisch angesetzt:

3	6
8	4

wird gelesen:

3 multiplicirt mit 8 ist gleich (äqual) 6 multiplicirt mit 4, mithin ebenso wie die Gleichung selbst.

$$3 \times 8 = 6 \times 4.$$

Die Benennung dieses Reesischen Ansatzes ist hergenommen von einem Holländer Namens de Rees.

§. 12.

Der Reesische Ansatz wird nicht selten zur Auflösung jener Aufgaben benützt, welche zur sogenannten Regeldetri gehören; es lassen sich aber alle dahin gehörigen möglichen Aufgaben auf nachstehende 5 verschiedene Fälle zurückführen:

Die gegebene Aufgabe gehört nämlich entweder zur einfachen oder zur zusammen-

gesetzten Regeldetri. — Im ersten Falle zur geraden, oder zur verkehrten Regeldetri, je nachdem die Größen miteinander im geraden, oder umgekehrten Verhältnisse stehen; — und im zweyten Falle sind entweder Größen da, die alle zusammen miteinander im geraden, oder alle zusammen im umgekehrten Verhältnisse stehen, oder aber letztens zugleich solche Größen, die im geraden, und solche Größen, die im umgekehrten Verhältnisse zu einander stehen.

§. 13.

Bey einer jeden Aufgabe muß man zum voraus wissen, ob die gegebene Aufgabe gehöre:

I. zur einfachen geraden,

oder

II. zur einfachen verkehrten,

III. zusammengesetzten geraden,

IV. zusammengesetzen verkehrten,

oder endlich

V. zur zusammengesetzten geraden und verkehrten Regeldetri zugleich.

Die im II. Abschnitte in §§. 7, 8, 9, 10. aufgestellten Lehrsätze bestimmen genau, ob und wie die Theile einer Größe A mit den entsprechenden Theilen der Größe B proportionirt sind. Durch Hülfe dieser Lehrsätze kann man bestimmt wissen, ob die vorliegende Aufgabe zur geraden, oder aber zur verkehrten Regeldetri gehöre.

Ferner: sind 3 Größen gegeben, und man sucht die vierte, so hat man eine Aufgabe der einfachen, — sind mehr als 3 Größen gegeben,

5, 7, 13 rc. so ist sie der zusammengesetzten Regeldetri, wo dann, wie man späterhin sehen wird, das Verhältniß, in welchem die unbekannte Größe vorkömmt, ein aus mehrern Verhältnissen zusammengesetztes Verhältniß ist.

IV. Abschnitt.

Entwicklung der Reesischen Regeln für die erwähnten 5 Fälle.

I.

Für die Aufgaben der einfachen geraden Regeldetri.

§. 14.

Zur einfachen geraden Regeldetri gehören jene Aufgaben, — wo die Theile a, α der Größe A mit den correspondirenden Theilen b, β der Größe B gerade proportionirt sind; und wo aus 3 gegebenen Größen die vierte gesucht wird.

Die Theile a, α heißt man die Bestimmungs-Größen, und die Theile b, β die bestimmten Größen, weil diese durch jene bestimmt werden, wie man im Gegentheile b, β Bestimmungs-Größen nennen würde, wenn mittels der Vergleichung die Theile a, α durch dieselben bestimmt würden, indem der

gesetzten Bedingung gemäß von solchen Größen die Rede ist, die zu einander im geraden Verhältnisse stehen.

Dem im §. 9. bewiesenen Lehrsatze gemäß sind die Theile a, α mit b, β gerade propornirt, weil

$$a : \alpha = b : \beta$$

wo also dem ersten Gliede a das dritte Glied b, und dem zweyten α das vierte β entspricht; b wird durch a, und β durch α bestimmt; der Theil a giebt den Theil b, und der Theil α den Theil β; dieß will man ausdrücken, wenn man sagt „gerade proportionirt“ zugleich sind hier a, α Bestimmungs-Größen, und b, β bestimmte Größen.

§. 15.

Für practische Fälle ordnet man die Glieder immer so, daß das Unbekannte das vierte Glied der Proportion ausmacht. — An die 3te Stelle als Vorderglied des zweyten Verhältnisses kömmt das mit dem Unbekannten Gleichnamige, so daß das zweyte Verhältniß Größen zu Gliedern hat, die Theile der nämlichen Größe B sind. — An die zweyte Stelle kömmt jene bekannte Größe, welcher das Unbekannte, an der 4ten Stelle stehende Glied, entspricht, und an die erste Stelle, da die Stellen von der linken zur rechten Seite gezählt werden, setze man als Vorderglied des ersten Verhältnisses jene bekannte Größe, welcher das ebenfalls bekannte dritte entsprechend ist.

A. B.

$a : \alpha = b : \beta.$

β drückt das Unbekannte aus, b das mit β gleichnamige Bekannte, α drückt die bekannte Größe aus, welcher β, und a jene, welcher b entspricht.

§. 16.

$a : \alpha = b : \beta.$ — d. i., wenn a die Größe b giebt, so giebt α die Größe β, und in der Form einer Aufgabe: wenn a die Größe b giebt, welche Größe giebt α? a und b können daher auch Bedingungsglieder, und α, β die Fragglieder genannt werden.

Hier drücken also die beyden Vorderglieder der Proportion die Bedingungsglieder, und die beyden Hinterglieder die Fragglieder aus. Weil das geometrische Verhältniß zweyer Größen, die durch einerley Maaß bestimmt sind, dem Verhältnisse der Zahlen gleich ist, die ihnen als Coefficienten voranstehen, und in der Proportion die mittlern Glieder verwechselt werden können (Mag. §. 213. — Vega §. 187.); so findet man auch öfters bey der geraden Regeldetri, daß das erste Verhältniß die Bedingungsglieder, und das zweyte die Fragglieder ausdrückt, — in dieser Form:

$a : b = \alpha : \beta.$

Wenn a die Größe b giebt, welche Größe giebt die Größe α?

§. 17.

Wie schon im §. 9. erwähnt wurde, ist das Product der äussern Glieder gleich dem Producte der mittlern

$$a : \alpha = b : \beta$$

$$a \times \beta = \alpha \times b.$$

Anstatt dem Gleichheitszeichen (=) macht man den Vertical-Strich, und setzt links die Factoren des ersten Productes, und rechts die Factoren des zweyten Productes untereinander (§. 11.):

β	b
a	α.

So hat man die Form des Reesischen Ansatzes.

§. 18.

Nimmt man das Wort „Ursache (causa)" im weiter ausgedehnten Sinne, nämlich für alles dasjenige, aus dem man erkennt, daß ein Ding gerade so groß sey, als es wirklich ist, oder warum es gerade diese, und keine andere bestimmte Größe habe, und das Wort „Wirkung (effectus)" für dasjenige, dessen Größe durch das erstere bestimmt wird, so können die im §. 14. angeführten Bestimmungs-Größen passend „Ursachen", und die denselben entsprechenden, durch sie bestimmten, Größen, „Wirkungen" genannt werden.

Nun aber giebt — bestimmt — der Theil a von A den Theil b von B, und α bestimmt

den Theil β; a, α sind demnach die Ursachen, b, β die denselben entsprechenden Wirkungen.

Vom lateinischen Substantiv „causa", dann von „effectus" nehme man die Anfangsbuchstaben C, c und E, e; um durch diese, mit den Begriffen selbst einigermaßen analoge, Bezeichnung es gleichsam immer vor Augen zu haben, daß die erstern Größen die andern bestimmen, und diese hingegen durch jene bestimmt werden.

C, c und E, e bezeichnen also ganz die nämlichen Größen, wie a, α und b, β; die beiden ersten, nämlich C, c die Ursachen — die Bestimmungs-Größen —, und die beiden letzten E, e die Wirkungen — die bestimmten Größen —; und die Proportion

$$a : \alpha = b : \beta$$

verwandelt sich in diese

$$C : c = E : e;$$

wo die nämlichen Größen, und das nämliche Verhältniß derselben mit andern Buchstaben bezeichnet ist.

§. 19.

Weil in einer Proportion das Product der äußern Glieder gleich ist dem Producte der mittlern Glieder, so verwandelt sich die Porportion

$$C : c = E : e$$

in nachstehende Gleichung

$$e\,C = c\,E$$

und in der Form des Reesisches Ansatzes:

e	E
C	c.

wo also $eC = Ec$, und $e = \frac{Ec}{C}$.

Aus C, c, und E kann demnach nach den Gesetzen der Gleichungen die unbekannte Wirkung „e" gefunden werden, dadurch ist dann die Aufgabe gelöset.

Wenn die Ursache C die Wirkung E giebt (C und E sind die Bedingungsglieder), welche Wirkung (einsweilen mit e oder x ausgedrückt) — giebt die Ursache c?

Wobey aber, was schon erwähnt wurde, vorausgesetzt wird, daß C, c mit den ihnen entsprechenden Wirkungen E, e im geraden Verhältnisse stehen, und daß sich verhalte $C : c = E : e$, d. i., die Ursachen C, c mit den Wirkungen E, e, gerade proportionirt sind.

Um die Aufgabe in gedrängter Kürze vor sich zu haben, und sie mit einem Blicke übersehen zu können, so schreibe man in eine verticale Kolumne alle Bedingungsglieder, und rechts nebenhin in einer, der vorigen parallelen, Kolumne alle Fragglieder so, daß die jedesmaligen gleichartigen und gewöhnlich auch gleichnamigen Größen in eine horizontale Linie zu stehen kommen, und durch zwey Puncte (:) getrennt werden; bey benannten Größen schreibe man nebenbey links die Anfangsbuchstaben ihrer Benennung, um auch diese kurz bezeichnet vor sich zu haben. Weil dieses bloß eine Vorbereitung ist, so nenne ich es den vorbereitenden An-

saß, oder den Vorbereitungs-Ansaß, der auf die vorige Weise gelesen wird; deßwegen wird die Aufgabe: „C giebt die Wirkung E, welche Wirkung giebt c?“ vorläufig so angesetzt:

C : c.
E : e?

Dieses ist der Vorbereitungs-Ansatz, und ist sehr von dem wirklichen, zur Berechnung benöthigten Ansatze, für welchen im folgenden §. die Regeln aufgestellt werden, zu unterscheiden.

§. 20.

Aus dem vorigen §., wo die Proportion in eine Gleichung verwandelt, diese in Form des Reesischen Ansatzes geschrieben, und somit die Richtigkeit und allgemeine Giltigkeit dieses Ansatzes für die Aufgaben der einfachen geraden Regeldetri erwiesen wurde, ergeben sich nun von selbst für den Reesischen Ansatz folgende Regeln:

1) Mache man den Vertical-Strich, und setze links die unbekannte Größe e oder x.

2) Rechts hinüber die mit e gleichnamige bekannte Wirkung E.

3) Links unter x setze man die bekannte Ursache C, welche die bekannte Wirkung E giebt.

4) Rechts hinüber die mit C gleichnamige Ursache c, nach der im §. 19. aufgestellten Formel:

e?	E.
C.	c.

5) Das Product der rechtsstehenden Zahlen dividire man durch die bekannte links stehende Zahl C, und e oder x, je nachdem man mit e oder x das unbekannte Glied ausgedrückt hat, wird gefunden seyn, weil

$$\begin{array}{c|c} x? & E. \\ C. & c. \\ \hline \end{array}$$

$$C\,x = E\,c$$

und $x = \frac{Ec}{C}$ (Mag. §. 151. — Vega §. 211.)

§. 21.

Wählt man anstatt den Wörtern: „Ursache — Wirkung“, die Ausdrücke „Bedingungsglieder — Fragglieder“ (§. 16.), so ergeben sich für den nämlichen Ansatz nachstehende Regeln:

1) Man mache den Vertical-Strich, und setze links das unbekannte Fragglied „x“.

2) Rechts hinüber setze man das mit „x“ gleichnamige bekannte Bedingungsglied E.

3) Links unter „x“ setze man das andere Bedingungsglied C, welchem das bekannte Glied „E“ entspricht.

4) Rechts hinüber das mit c — gleichnamige Fragglied c.

5) Um „x“ zu finden, multiplicire man die rechtsstehenden Zahlen, und das Produkt dividire man mit der bekannten Größe C.

Man wird aus dem vorhin und eben jetzt Erwähnten bemerken, daß die Größen die nämlichen, während bloß die Benennungen ver-

schieden sind, und daß bey der geraden Regeldetri unter das Fragglied „x„ das Bedingungsglied „C“ einerseits, und andererseits unter das Bedingungsglied „E“ das Fragglied „c“ gesetzt werden müsse, weil x, und C die äussern, — hingegen E, und c die mittlern Glieder der Proportion bilden.

Diese Regel gilt nun für alle nur immer möglichen Aufgaben der einfachen geraden Regeldetri; weil die algebraischen Ausdrücke a, α, b, β und C, c, E, x allgemein giltige Ausdrücke sind, und als solche alle möglichen einzelnen Fälle derjenigen Aufgaben darstellen, wo die Größen zu einander im geraden Verhältnisse stehen, und zu 3 gegebenen Größen die vierte Proportional-Größe gesucht wird (§. 14.).

§. 22.

I. Beyspiel.

Wenn 2 Ellen einer gewißen Waare 8 fl. kosten, was kosten 12 Ellen der nämlichen Waare?

Hier sind 2 Ellen, 12 Ellen die Bestimmungs-Größen — Ursachen C, c —, und 8 fl., x fl. die bestimmten Größen — Wirkungen E, e. —. Ferner 2 Ellen, und der entsprechende Werth „8 fl.“ sind die Bedingungs- und 12 Ellen mit dem entsprechenden Werthe „x“ die Fragglieder.

Deßwegen mache man sich nach dem §. 19. zuerst den Vorbereitungs-Ansatz nach der Formel:

C: c. Ellen 2: 12
E: x? fl. 8: x?

Und dann nach den im §. 20. aufgestellten Regeln setze man die Aufgabe auf folgende Weise Reesisch an, indem man

1) den Vertical-Strich zieht, und links x? setzt.

2) Rechts hinüber setzt man das mit x Gleichnamige — den bekannten Werth 8 fl.

3) Links unter x setzt man 2 Ellen — das bekannte Bestimmungsglied, welchem der bekannte Werth 8 fl. entspricht.

4) Rechts hinüber das Gleichnamige, — nämlich 12 Ellen, welchen der unbekannte Werth x entspricht.

5) Die rechtsstehenden Zahlen 8 und 12 multiplicirt man miteinander und das Product dividirt man mit 2, auf folgende Weise:

x	E		fl. x	8 fl.
C	c		Ellen 2.	12 Ellen

$$Cx = cE \qquad 2x = 8 \times 12 = 96.$$

$$x = \frac{cE}{C} \qquad x = \frac{96}{2} = 48 \text{ fl.}$$

§. 23.

Die Gründe für die Richtigkeit des Resultates ergeben sich aus dem bisher Gesagten:

a) Nach §. 6. steht die Waare mit dem correspondirenden Werthe im geraden Verhältnisse;

b) folglich sind 2 Ellen, 12 Ellen mit dem

ihnen entsprechenden Werthe 8 fl. und x fl. gerade proportionirt (§. 9.) nach

a : α = b : β. oder C : c = E : e;

Deßwegen verhalten sich

2 Ellen : 12 Ellen = 8 fl. : x fl.

und 2 : 12 = 8 : x. (§. 16.)

c) In eine Gleichung gesetzt nach:

C : c = E : e. 2 : 12 = 8 : x.

C e = c E. 2 x = 12 X 8.

nach §. 19.

d) Die Gleichung Reesisch angeschrieben:

e C = E c		2 x = 12 X 8.		
e	E	fl.	x	8 fl.
C	c	Ellen	2	12 Ellen.
e C = c E		2 x = 96.		
$e = \frac{cE}{C}$.		x = 48. (§. 19.).		

Auf ähnliche Weise könnte man bey jedem vorkommenden Beyspiele die angeführten Beweise wiederholen. Dieß wäre aber eine ganz überflüssige Arbeit; da die Richtigkeit der angegebenen Auflösung allgemein mittels der algebraischen Ausdrücke erwiesen ist. Die angegebene Proportion findet nun einmal Statt, sobald die Größen im geraden Verhältnisse stehen, und die angeführten Veränderungen können auf die angezeigte Weise vorgenommen werden, ohne daß die Proportion oder die Gleichung aufgehoben wird. Also findet man in allen wie immer vorkommenden Beyspielen das Unbekannte, wenn man die Aufgabe auf die im §. 19. und §. 20. bezeichnete Weise ansetzt,

und das Product der rechtsstehenden Zahlen durch die links stehende Zahl dividirt, wie noch in diesem Beyspiele zu ersehen ist:

II. Beyspiel.

Wenn 100 fl. Kapital — 5 fl. Zins geben, wie viel Zins geben 6000 fl.?

Auflösung.

1) C : c   K. 100 : 6000,
   E : e?   Z. 5 : x?

2) Kapital und Zins stehen im geraden Verhältnisse, also

3) macht man folgenden Ansatz:

e	E		fl. x	5 fl.
C	c		K. 100	6000 K.

$$eC = cE, \qquad 100x = 6000 \times 5.$$

$$e = \frac{cE}{C}. \qquad x = \frac{30{,}000}{100} = 300.$$

Folglich geben unter dieser Bedingung 6000 fl. Kap. 300 fl. Zins.

II.

Für die Aufgaben der einfachen verkehrten Regeldetri.

§. 24.

Zur einfachen verkehrten Regeldetri gehören jene Aufgaben, wo die Theile a, α der Größe A mit den entsprechenden Theilen b, β der Größe B umgekehrt proportionirt sind, und wo aus 3 gegebenen Größen die vierte gesucht wird.

Die

Die Theile a, α sind wieder die Bestimmungs-Größen, und die diesen entsprechenden b, β, mit ihnen im umgekehrten Verhältnisse stehenden Theile der Größe B, sind die bestimmten Größen, weßwegen die erstern Ursachen, und die andern ebenfalls Wirkungen genannt werden können: a und b sind wie vorhin die Bedingungs-Glieder, α und β die Fragglieder, weil nun wieder die Aufgabe heißt: „wenn a die Größe b giebt, welche Größe giebt α?“

Dem im §. 10. bewiesenen Lehrsatze gemäß sind die Theile a und α mit den ihnen entsprechenden Theilen b und β umgekehrt proportionirt, weil

$$a : \alpha = \beta : b;$$

wo also dem ersten Gliede a das letzte b, und dem zweyten Gliede α das dritte β entspricht.

Vergleicht man diese Proportion „$a : \alpha = \beta : b$“ mit der im §. 14. aufgestellten „$a : \alpha = b : \beta$“ so findet man, daß das zweyte Verhältniß umgekehrt ist; daher kömmt nun der Ausdruck: „umgekehrte Regeldetri“.

Auch bemerkt man, daß die beiden Bedingungs-Glieder die äußern, und die beiden Fragglieder die mittlern Glieder der Proportion bilden.

§. 25.

Man ordne nun die Glieder so, daß das Unbekannte „β“ an die vierte Stelle kömmt, welches geschieht, wenn man beide Verhältnisse umkehrt (Mtg. §. 213. — Vega §. 187.)

$$a : \alpha = \beta : b.$$
$$\alpha : a = b : \beta.$$

So ist nun an der ersten Stelle das bekannte Fragglied, an der zweyten Stelle das mit ihm Gleichnamige a, an der dritten Stelle das, der Größe „a" entsprechende, bekannte Bedingungsglied b. und an der vierten Stelle das Unbekannte.

Das Verhältniß $\alpha : a$ ist dem Verhältnisse $\frac{1}{a} : \frac{1}{\alpha}$ gleich; $\alpha : a = \frac{1}{a} : \frac{1}{\alpha}$; man dividirt nämlich das Verhältniß „$\alpha : a$" mit α, man erhält $\frac{\alpha}{\alpha} : \frac{a}{\alpha} = 1 : \frac{a}{\alpha}$, und mit a, man erhält $\frac{1}{a} : (\frac{a : a}{\alpha}) = \frac{1}{a} : \frac{1}{\alpha}$. also

$$\alpha : a = \frac{1}{a} : \frac{1}{\alpha}$$

nun aber $\alpha : a = b : \beta$

also

$$\frac{1}{a} : \frac{1}{\alpha} = b : \beta.$$

§. 26.

Weil (§. 18.) die Bestimmungs-Größen als Ursachen, und die bestimmten Größen als Wirkungen betrachtet werden können, so nehme man abermal anstatt der Buchstaben a, α, b, β, die Anfangs-Buchstaben von Causa und Effectus — nämlich C, c, E, e. so erhält man anstatt

$$a : \alpha = \beta : b$$

Diese Formel

$$C : c = e : E.$$

und anstatt $\alpha : a = b : \beta$
diese $c : C = E : e$.

Hier steht nun die unbekannte Wirkung „e“ an der vierten Stelle, an der dritten Stelle die mit „e“ gleichnamige bekannte Wirkung E, an der zweyten Stelle die Ursache C, welcher „E“ entspricht, und an der ersten Stelle c — die bekannte Ursache, — welcher das Gesuchte entspricht.

Vergleicht man diese Formel „$c : C = E : e$“ mit der im §. 18. aufgestellten $C : c = E : e$; so bemerkt man, daß das erste Verhältniß umgekehrt ist, mithin hat man wieder die Formel für die umgekehrte Regeldetri.

Aus den nämlichen Gründen erhält man anstatt

$$\frac{1}{a} : \frac{1}{\alpha} = b : \beta$$

diese Formel:

$$\frac{1}{C} : \frac{1}{c} = E : e;$$

weil die Größen ganz die nämlichen sind, so ist auch das Verhältniß derselben das nämliche, und (§. 25.) $c : C = \frac{1}{C} : \frac{1}{c}$; wenn man nämlich das Verhältniß „$c : C$“ mit C und dann mit c dividirt. Der einzige Unterschied liegt darinn, daß jetzt anstatt der vorigen andere Buchstaben genommen sind.

§. 27.

Das Product der äußeren Glieder ist gleich dem Producte der mittlern.

also da $\frac{1}{C} : \frac{1}{c} = E : e$,

so ist $\frac{1}{C} \times e = \frac{1}{c} \times E$,

wirklich multiplicirt

$$\frac{e}{C} = \frac{E}{c}.$$

Die Brüche aufgehoben $ec = EC$.

Die Gleichung in die Form des Reesischen Ansatzes gesetzt:

$$ec = EC.$$

e?	E	oder	x?	E
c	C		c	C

$$cx = CE$$

$$x = \frac{CE}{c}.$$

Daraus ergeben sich nun für den Reesischen Ansatz folgende Regeln:

1) mache man wie vorhin den Vertical-Strich, und setze links das Gesuchte ausgedrückt durch e oder x.

2) rechts hinüber setze man die mit „x" gleichnamige bekannte Wirkung E;

3) links unter x setze man die Ursache c, welcher x entspricht;

4) rechts hinüber die mit c gleichnamige Ursache C, welcher die bekannte Wirkung E entspricht;

5) das Product der rechtsstehenden Zahlen dividire man durch die bekannte links stehende Zahl c, weil $x = \frac{CE}{e}$.

Aus dem im §. 21. Gesagten kann man

eben so gut diese aufgestellten Regeln ausdrücken, wenn man sich der Beuennungen „Bedingungsglied — Fragglied“ bedienen will, wo dann links die beiden Fragglieder, und rechts die Bedingungsglieder zu stehen kommen.

Aus dem bisher Angeführten erhellet, daß C, c und E, x allgemein giltige Ausdrücke sind, und als solche alle möglichen Größen bezeichnen können. Deßwegen hat man abermal eine Formel, welche die Regeln darstellt, nach welchen alle jene Aufgaben aufgelößt werden, wo die Größen zu einander im umgekehrten Verhältnisse stehen, und wo zu drey gegebenen Größen die vierte gesucht wird — d. i., es ist dadurch die allgemeine Auflösung für alle Aufgaben der einfachen umgekehrten Regeldetri gegeben worden.

§. 28.

I. Beyspiel.

Wenn 100 Menschen einen Vorrath von Lebensmitteln binnen 8 Monaten aufzehren; — wann werden denselben 200 Menschen aufzehren?

M. 100 : 200.
Mon. 8 : x? (§. 19.)

Auflösung.

1) Die Anzahl der Menschen steht mit der Zeit, in welcher sie einen gewissen Vorrath von Lebensmitteln verzehren, im umgekehrten Verhältnisse (§. 6.);

2) es verhält sich nach §. 10.

$$a : \alpha = \beta : b, \text{ und}$$
$$C : c = x : E$$

oder

$$c : C = E : x. \text{ (§. 26.)}$$

Weil hier C = 100 Menschen, c = 200 Menschen, E = 8 Mon. und e = x Mon.; so verhält sich

$$100 : 200 = x : 8$$

oder

$$200 : 100 = 8 : x \text{ und}$$

4) 200 X x = 100 X 8; in Reesischer Form

Mon. x?	8 Mon.
Menschen 200	100 Menschen

$$200\,x = 8.\,100$$
$$x = \frac{8.\,100}{200} = 4 \text{ Mon.}$$

also ganz dieser Formel (§. 27.) gemäß

x	E
c	C

$$c\,x = C\,E$$
$$x = \frac{C\,E}{c}.$$

So findet man nun wieder in diesem Beyspiele die Richtigkeit des aufgestellten Ansatzes nachgewiesen; ist man aber einmal zureichend von der Wahrheit und allgemeinen Giltigkeit der eben angeführten Formel überzeugt, so ist es ganz überflüssig, in einzelnen Beyspielen die angegebenen Gründe jedesmal zu wiederholen,

weil nach dem Grundsatze der Logick „dictum de omni — dictum de singulis" das auch für alle einzelnen Fälle als giltig erwiesen ist, was die Formel im Allgemeinen als wahr und richtig ausspricht. Deßwegen mache man bey den hieher gehörigen vorkommenden Aufgaben die Auflösung auf folgende Weise kürzer:

II. Beyspiel.

1000 Gulden geben einen gewißen Zins in 6 Jahren; — wie lange müssen 2000 fl. — wenn die Procente die nämlichen sind, an Zins gelegt werden, um den nämlichen Zins zu geben?

Kap.	1000 : 2000	nach C : c.
Jahr	6 : x?	E : e?

Auflösung.

1) Die Größe des Kapitals steht, um den nämlichen Zins hervorzubringen, mit der Zeit im umgekehrten Verhältnisse (§. 6.).

2) Also mache man den Vertical-Strich, und setze links die beiden Fragglieder, und rechts hinüber die diesen jedesmal gleichnamigen Bedingungsglieder (§. 27.).

x	E	Jahre	x?	6.
c	C	fl.	2000	1000 fl.

$x = \frac{CE}{c}$ $\quad$ $x = \frac{6.1000}{2000} = 3.$

Also müssen 2000 fl. 3 Jahre an Zins gelegt werden, um denjenigen Zins zu geben, den man von 1000 fl. in 6 Jahren erhält; denn 3. erhält man, wenn man das Product der

rechtsstehenden Zahlen mit der links stehenden dividirt, da $x = \frac{6.\,1000}{2000} = \frac{6}{2} = 3.$

Auf ähnliche Weise ganz nach der nämlichen Regel, werden nun alle Beyspiele aufgelößt, die in dem im §. 24. angegebenen Sinne zur einfachen umgekehrten Regeldetri gehören.

III.

Für die Aufgaben der zusammengesetzten geraden Regeldetri.

§. 29.

Zur zusammengesetzten geraden Regeldetri gehören nach dem im §. 12. Erwähnten jene Aufgaben, bey denen alle Bestimmungs-Größen mit den durch sie bestimmten Größen, oder was eines ist, bey welchen alle Ursachen mit den ihnen entsprechenden Wirkungen im geraden Verhältnisse stehen, und wo mehr als 3 Größen gegeben sind, um die unbekannte Größe zu finden.

Man heißt sie deßwegen zusammengesetzte Regeldetri, weil man, wie man gleich sehen wird, bey diesen Aufgaben mehrere Proportionen durch Multiplication in eine Proportion verwandeln muß, wo immer das letzte Verhältniß einem aus mehrern Verhältnissen zusammengesetzten Verhältnisse gleich ist.

Es werde nun die Wirkung „E" bestimmt, und stehe im geraden Verhältnisse mit den ihr entsprechenden Ursachen C, T, und U, — dann

die unbekannte Wirkung e oder x werde bestimmt und hervorgebracht durch die Ursachen c, t, und u, die ebenfalls mit der ihnen entsprechenden Wirkung im geraden Verhältnisse stehen.

Was von dreyen, gilt auch überhaupt von n. solchen Ursachen, weil durch Multiplication wie immer viele Proportionen in eine verwandelt werden können.

Die Aufgabe, die alle hieher gehörigen Beyspiele in sich faßt, lautet demnach so:

Wenn die Ursachen C, T, und U, die mit der ihnen entsprechenden Wirkung im geraden Verhältnisse stehen, die Wirkung „E“ geben; — welche Wirkung die durch e oder x ausgedrückt wird, geben die mit den vorigen gleichnamigen Ursachen c, t, und u, die mit ihrer Wirkung ebenfalls im geraden Verhältnisse stehen?

In der Form des Vorbereitungs-Ansatzes (§. 19.):

C : c	oder	C : e
T : t		T : t
U : u		U : u
E : e?		E : x?

§. 30.

Gemäß der Voraussetzung (§. 29.) stehen die Ursachen C, c mit den ihnen entsprechenden Wirkungen im geraden Verhältnisse; also verhält sich:

1) C : c = E : y.

2) Es wird aber die unbekannte Wirkung

„e“ nicht bloß durch die Ursache „c“ sondern auch noch zugleich durch die Ursachen t. und u, bestimmt; deßwegen müssen auch die beiden letztern mit in Erwägung genommen werden, und da sie nach der Annahme auch mit der Wirkung im geraden Verhältnisse stehen, so muß, wenn die Ursache t der $\frac{n}{m}$ Theil von T ist, auch die durch „c“ und „t“ zugleich bestimmte Wirkung „z“ der $\frac{n}{m}$ Theil der Wirkung „y“ seyn, d. i. wenn $t = \frac{n}{m} T$, dann ist $Z = \frac{n}{m} y$. (§. 7.); denn wenn die Ursache „t“ zwey= drey= oder m= mal größer ist als T, so muß auch die durch „t“ bestimmte Wirkung zwey= drey= oder m= mal größer seyn als die vorige.

3) $T : T = y : y$, weil $\frac{T}{T} = \frac{y}{y} = 1$. (Mag. §. 197. V. Zus. — Vega §. 177.).

Beide Hinterglieder mit der nämlichen Zahl multiplicirt

$$T : T = y : y$$
$$T : \frac{n}{m} T = y : \frac{n}{m} y.$$

Nun ist, wenn $\frac{n}{m} T = t$, dann auch $\frac{n}{m} y = z$; da nun $\frac{n}{m}$ als allgemeiner Ausdruck jede mögliche Zahl ausdrücken kann, so ist „t“

für jeden Fall ein aliquoter Theil von T, also immer gleich dem $\frac{n}{m}$ Theile von T.

Anstatt Gleichem setze man Gleiches; anstatt $\frac{n}{m}$ T setze man t, und z anstatt $\frac{n}{m}$ y, man erhält:

$$T : t = y : z.$$

3) Aus den nämlichen, eben angeführten Gründen, da auch U, und u im geraden Verhältnisse zu ihren Wirkungen stehen, wenn $u = \frac{n}{m} U$, ist auch die den Ursachen c, t, und u zugleich entsprechende Wirkung e der $\frac{n}{m}$ Z; nun aber weil $\frac{n}{m}$ jeden möglichen ächten, oder unächten Bruch, also jede gebrochene oder ganze Zahl bezeichnen kann, so ist aus diesem Grunde u wirklich $= \frac{n}{m}$ U, also auch $e = \frac{n}{m} Z$.

4) Wie vorhin, werde das Verhältniß U : U gleichgesetzt dem Verhältnisse Z : Z, und die beiden Hinterglieder multiplicire man mit $\frac{n}{m}$, man erhält:

$$U : U = Z : Z$$

$$U : \frac{n}{m} U = Z : \frac{n}{m} Z.$$

und anstatt $\frac{n}{m}$ U, $\frac{n}{m}$ Z setze man die gleichen Werthe u, und e, man erhält:

$$U : \frac{n}{m} U = Z : \frac{n}{m} Z.$$

$$U : u = Z : e.$$

5) Die als richtig erwiesenen Proportionen setze man zusammen:

a) C : c = E : y.
b) T : t = y : Z.
c) U : u = Z : e.

Man multiplicire die Glieder der Ordnung nach, die Producte sind in eben dieser Ordnung zu einander proportionirt (Mag. §. 219. I. Zus. — Vega §. 189.) daher verhält sich:

CTU : ctu = YZE : yze.

Das zweyte Verhältniß dividire man mit yz, man bekömmt:

CTU : ctu = E : e.

6) Das Product der äussern Glieder ist gleich jenem der mittlern Glieder

eCTU = Ectu,

7) In der Form des Reesischen Ansatzes:

e?	E
C	c
T	t
U	u

$$e \times CTU = Ectu, \text{ und } e = \frac{Ectu}{CTU}.$$

§. 31.

Aus der eben im §. 30. aufgestellten Formel gehen nun nachstehende Regeln hervor:

1) Links oben am Vertical-Strich setze man die unbekannte Wirkung „e“ die man auch mit „x“ ausdrücken kann.

2) Rechts hinüber die gleichnamige bekannte Wirkung E.

3) Links unter e oder x setze man alle jene Ursachen C, T, und U, welche mit der Wirkung E im geraden Verhältnisse stehen, und diese bestimmen.

4) Rechts hinüber die Ursachen c, t. und u, welche mit den vorigen gleichnamig sind, die unbekannte Wirkung x bestimmen, und mit dieser im geraden Verhältnisse stehen.

5) Das Product aller rechtsstehenden Zahlen dividire man mit dem Producte aller linksstehenden Zahlen, weil e oder x $= \frac{Ectu}{CTU}$; und man hat das Unbekannte gefunden.

Oder man drücke vorstehende Regeln mittels der Benennungen „Bedingungsglieder — Fragglieder" auf folgende Weise aus:

1) Links an Vertical-Strich setze man das unbekannte Fragglied „x".

2) Rechts hinüber setze man das mit x gleichnamige Bedingungsglied E.

3) Links unter „x" setze man die Bedingungsglieder C, T, U, welche zusammen die Größe E geben.

4) Rechts hinüber die mit den vorigen gleichnamigen Fragglieder c, t, u, welchen das Unbekannte entspricht.

5) Ebenfalls die rechtsstehenden Zahlen multiplicire man miteinander, und die bekannten links stehenden; das erste Product dividire man durch das zweyte.

Dadurch hat man nun die allgemeine Auflösung für alle Aufgaben der zusammengesetzten

geraden Regeldetri (§. 29.); weil C, T, U ꝛc. dann c, t, u ꝛc. und E, e allgemein giltige Ausdrücke sind, und man durch Multiplication wie immer viele Proportionen in eine Proportion verwandeln kann; die Gründe wären ganz die nämlichen, wenn die Wirkung „e" von mehr als 3 Ursachen bestimmt würde; bloß erhielte man dann auch mehr als 3 einfache Proportionen, die man in eine zusammensetzen müßte.

§. 32.

I. Beyspiel.

Wenn 200 fl. Kapital in 1 Jahre zu 5 Procenten 10 fl. Zins geben; — wieviel Gulden Zins geben 6000 fl. in 6 Jahren zu 4 Procenten?

C : c.	Kap. fl.	200 : 6000.	
T : t.	Jahr	1 : 6.	
U : u.	Proc.	5 : 4.	
E : e? (§. 29.)	Zins	10 : x?	(§. 19.)

Auflösung mit Bemerkung der bisher im Allgemeinen angegebenen Gründe.

1) Kapital, Zeit und Procente stehen mit dem Zinse im geraden Verhältnisse (§. 6.); und weil hier der gesuchte Zins durch mehrere Ursachen zugleich bestimmt wird, so hat man in dem im §. 29. angegebenen Sinne eine Aufgabe der zusammengesetzten geraden Regeldetri.

2) Nach dem im §. 9. angeführten Lehrsatze, im Einklange mit demjenigen, was im §. 30. erörtert wurde, erhält man folgende Proportionen:

	Kap. K.		Zins. Z.
a)	200 : 6000	=	10 : y.
	Jahr. J.		Z. Z.
b)	1 : 6	=	y : z.
	Pr. Pr.		Z. Z.
c)	5 : 4	=	z : x.

kürzer nach §. 16.

$$200 : 6000 = 10 : y.$$
$$1 : 6 = y : z.$$
$$5 : 4 = z : x.$$

$$(200.\ 1.\ 5) : (6000.\ 6.\ 4.) = 10\,y\,z : x\,y\,z.$$
$$(200.1.5) : (6000.\ 6.\ 4) = 10 : x.$$

deswegen ist $x(200.1.5) = 10\,(600.6.4.)$

3) Reesisch angesetzt:

Zins	x?	10.
Kap.	200	6000.
Jahre	1	6.
Proc.	5	4.

$$x\,(200.\ 1.\ 5) = (10.\ 6000.\ 6.\ 4.)$$

also

$$x = \left(\frac{10.\ 6000.\ 6.\ 4.}{200.\ 1.\ 5.}\right);$$

man drücke diesen Bruch einfacher aus (Mag. §. 74. Zus. VII. — Vega §. 79.); man erhält $x = \frac{10.\ 6000.\ 6.\ 4.}{200.\ 1.\ 5.} = \frac{60.\ 6.\ 4.}{1.} = 1440$; also geben gemäß der gesetzten Bedingung 6000 fl. Kapital in 6 Jahren zu 4 Proc. 1440 fl. Zins.

Man findet diese Auflösungsmethode ganz übereinstimmend mit der vorhin in der Formel angegebenen Verfahrungsweise, und so ist nun wieder die allgemein gegebene Regel in einem besondern Falle als richtig nachgewiesen worden; wobey ich es aber keineswegs zur Absicht habe, das im Allgemeinen als wahr und giltig Erwiesene durch das Besondere auf ein neues zu begründen; es dient bloß dazu, um den Schülern das vollends verständlich zu machen, was sie im Allgemeinen noch nicht ganz deutlich aufgefaßt haben.

Bey den gewöhnlich vorkommenden Aufgaben verfährt man auf folgende Weise:

II. Beyspiel:

Wenn ein Graben, welcher 250 Klafter lang, 5 Schuhe breit, und 3 Schuhe tief ist, in 4 Tagen verfertiget wird; wann wird von den nämlichen Arbeitern ein anderer Graben verfertiget werden, welcher 600 Klafter lang, 4 Schuhe breit, und 2 Schuhe tief seyn soll?

Kl. l.	250	:	600
Sch. br.	5	:	4
Sch. t.	3	:	2
Tag.	4	:	x?

Auflösung.

1) Die Länge, Breite und Tiefe des Grabens steht bey der nämlichen Anzahl der Arbeiter mit der Zeit im geraden Verhältnisse (§. 6.), also hat man hier eine Aufgabe der zusammenge-

gesetzten geraden Regeldetri, die nach dieser Formel aufgelößt wird:

x?	E
C	c
T	t
U	u

$$x = \frac{E c t u}{C T U}.$$

Daher setze man:

2) Links an Vertical-Strich x?, hinüber das Gleichnamige „4 Tage".

3) Links unter x setze man alle Bestimmungs-Größen von 4 Tagen, welche mit dieser Wirkung im geraden Verhältnisse stehen und sie bestimmen, also 250 Kl. l., 5 Sch. d., 3 Sch. t.

4) Und rechts hinüber die mit diesen jedesmal gleichnamigen Bestimmungs-Größen von x, welche mit dieser unbekannten Wirkung im geraden Verhältnisse stehen, somit 600, 4 und 2.

5) Das Product der rechtsstehenden Zahlen dividire man mit dem Producte der linksstehenden Zahlen (§. 31.).

Diesen nämlichen Ansatz erhält man, wenn man die Regel anwendet, welche mittels der Benennung — „Bedingungsglieder — Fragglieder" — ausgedrückt wird (§. 16.).

Tage	x?	4.
Länge	250	600.
Breite	5	4.
Tiefe	3	2.

$$x\,(250.\,5.\,3) = 4.\,600.\,4.\,2.$$

$$x = \frac{4.\,600.\,4.\,2}{250.\,5.\,3.}$$

$$x = \frac{4.\,600.\,4.\,2}{250.\,5.\,3} = \frac{4.\,4.\,4.\,2}{25} = \frac{128}{25} = 5\frac{3}{25}.$$

also werden die nämlichen Arbeiter diese Arbeit in $5\frac{3}{25}$ Tagen verfertigen.

IV.

Für die Aufgaben der zusammengesetzten verkehrten Regeldetri.

§. 33.

1) Zur zusammengesetzten verkehrten Regeldetri gehören jene Aufgaben, wo mehr als 3 Größen gegeben werden, um die unbekannte zu finden, wo aber dieselben mit den ihnen entsprechenden im ungekehrten Verhältnisse stehen; hier ist wieder das letzte Verhältniß, in welchem „x" vorkömmt, ein aus mehrern Verhältnissen zusammengesetztes Verhältniß.

2) Die Größen seyen M, N und S, denen die bekannte Wirkung E entspricht, und die mit ihnen gleichnamigen seyen m, n und s, welchen die unbekannte Wirkung e oder x entspricht, wo aber alle Ursachen mit den ihnen

entsprechenden Wirkungen im umgekehrten Verhältnisse stehen, und die Aufgabe ist nun:

Wenn die Ursachen M, N und S die Wirkung E geben, welche Wirkung geben die Ursachen m, n und s?

Was von dreyen, gilt von n solchen Ursachen, weil durch Multiplication wie immer viele Proportionen in eine verwandelt werden können. Im Vorbereitungs-Ansatze wird die Aufgabe so angesetzt:

$$\begin{array}{l} M : m \\ N : n \\ S : s \\ E : x? \end{array}$$

Nach §§. 24. 25. 26. erhält man die Porportion:

$$M : m = y : E.$$

Beide Verhältnisse umgekehrt:

$$m : M = E : y.$$

Nun ist $m : M = \frac{1}{M} : \frac{1}{m}$, wenn man nämlich das Verhältniß „m : M" mit m, und M dividirt, so ist $m : M = \frac{m}{m} : \frac{M}{m} = 1 : \frac{M}{m}$ und $1 : \frac{M}{m} = \frac{1}{M} : (\frac{M : M}{m}) = \frac{1}{M} : \frac{1}{m}$; daher hat man:

$$\begin{array}{l} m : M = E : x \\ m : M = \frac{1}{M} : \frac{1}{m} \text{ also} \\ \hline \frac{1}{M} : \frac{1}{m} = E : y. \end{array}$$

4) $N : N = y : y.$

$$N : \frac{p}{m} N = y : \frac{p}{m} y. \quad (\S. 30.)$$

Nun aber, $y : \frac{p}{m} y = my : \frac{pm}{m} y$ $= my : ny$ und dieses Verhältniß ist gleich dem Verhältnisse $\frac{m}{p} y : \frac{p}{p} y = \frac{m}{p} y : y$, man hat daher:

$$N : \frac{p}{m} N = y : \frac{p}{m} y \text{ und}$$

$$y : \frac{p}{m} y = \frac{m}{p} y : y \text{ also}$$

$$N : \frac{p}{m} N = \frac{m}{p} y : y.$$

Ist nun „n" der $\frac{p}{m}$ N, dann ist auch die neue, der Ursache „n" entsprechende Wirkung Z der $\frac{m}{p}$ von y (§. 8.); $\frac{p}{m}$ als allgemeiner Ausdruck bezeichnet jede mögliche ganze oder gebrochene Zahl, also ist wirklich $n = \frac{p}{m} N$; folglich auch $Z = \frac{m}{p} y$.

Anstatt Gleichem setzt man in der vorigen Proportion Gleiches:

$$N : \frac{p}{m} N = \frac{m}{p} y : y$$

$$N : n = Z : y$$

$$n : N = y : Z.$$

und weil $n : N = \frac{1}{N} : \frac{1}{n}$ so verhält sich

$$\frac{1}{N} : \frac{1}{n} = y : Z.$$

5) Aus den nämlichen eben angeführten Gründen verhält sich

$$S : s = x : Z$$
$$s : S = Z : x, \text{ und}$$
$$\frac{1}{S} : \frac{1}{s} = Z : x.$$

6) Man setze durch die Multiplication diese drey Proportionen in eine zusammen:

a) $\frac{1}{M} : \frac{1}{m} = E : y.$

b) $\frac{1}{N} : \frac{1}{n} = y : Z$

c) $\frac{1}{S} : \frac{1}{s} = Z : x$

$$\frac{1}{MNS} : \frac{1}{mns} = yzE : yzx$$
$$\frac{1}{MNS} : \frac{1}{mns} = E : x.$$

Das Product der äussern Glieder ist gleich jenem der mittlern

$$\frac{1}{MNS}\, x = E\, \frac{1}{mns}$$
$$\frac{x}{MNS} = \frac{E}{mns}.$$

Durch Multiplication hebe man die Brüche auf: $xmns = EMNS.$

7) In der Form des Reesischen Ansatzes:

x?	E
m	M
n	N
s	S

$$xmns = EMNS$$
$$x = \frac{EMNS}{mns}$$

§. 34.

Für den Reesischen Ansatz ergeben sich daraus folgende Regeln:

1) Links am Vertical-Strich setze man x, das unbekannte Fragglied, oder was eines ist, die unbekannte Wirkung, und rechts hinüber das mit x gleichnamige bekannte Bedingungsglied, welches auch genannt wird die mit x gleichnamige bekannte Wirkung — die bestimmte Größe.

2) Links unter x setze man alle jene Fragglieder — Ursachen, Bestimmungs-Größen —, welche zusammen x geben, und damit im umgekehrten Verhältnisse stehen; und rechts hinüber setze man die mit diesen jedesmal gleichnamigen Bedingungsglieder — Ursachen, — Bestimmungs-Größen, welche zusammen die bekannte Wirkung, — die bestimmte Größe — E geben, und damit im umgekehrten Verhältnisse stehen.

3) Wie vorhin multiplicire man die rechtsstehenden Zahlen untereinander, und dividire dieses Product durch jenes der linksstehenden bekannten Zahlen.

Hiemit hat man nun wieder die Regel allgemein entwickelt für alle jene Aufgaben, welche in dem angegebenen Sinne zur zusammengesetzten verkehrten Regeldetri gehören.

§. 35.

I. Beyspiel.

20 Arbeiter verrichten eine gewiße Arbeit

in 8 Monaten, wenn sie wöchentlich 5 Tage und täglich 12 Stunden arbeiten; —

binnen wie viel Monaten werden 40 Arbeiter die nämliche Arbeit verrichten, wenn sie wöchentlich 6 Tage, und täglich 10 Stunden arbeiten?

M : m	Arb.	20 : 40
N : n	Wöch. Tag	5 : 6
S : s	Tägl. St.	12 : 10
E : x?	Mon.	8 : x?

Auflösung.

Diese Aufgabe gehört zur zusammengesetzten verkehrten Regeldetri (§. 33.); weil diese Arbeit in destoweniger Monaten vollendet seyn wird, jemehr es Arbeiter sind, und jemehr sie Tage wöchentlich, und Stunden täglich arbeiten (§. 6.), also nach §. 33. —

a) $\frac{1}{M} : \frac{1}{m} = E : y$, a) $\frac{1}{20} : \frac{1}{40} = 8 : y$

b) $\frac{1}{N} : \frac{1}{n} = y : Z$, b) $\frac{1}{5} : \frac{1}{6} = y : Z$

c) $\frac{1}{S} : \frac{1}{s} = Z : x$, c) $\frac{1}{12} : \frac{1}{10} = Z : x$

$$\frac{1}{MNS} : \frac{1}{mns} = E : x, \quad \frac{1}{20.5.12} : \frac{1}{40.6.10} = 8 : x$$

$$\frac{x}{MNS} = \frac{E}{mns}, \quad \frac{x}{20.5.12} = \frac{8}{40.6.10}.$$

$$xmns = EMNS, \quad x.40.6.10 = 8.20.5.12.$$

x?	E		Mon.	x?	8.
m	M		Arbeit	40	20
n	N		T.	6	5
s	S		St.	10	12

$$x = \frac{EMNS}{mns} \qquad x = \frac{8.\ 20.\ 5.\ 12}{40.\ 6\ 10}.$$

Folglich ganz übereinstimmend mit den im vorigen §. 34. aufgestellten Regeln.

$$x = \frac{8.\ 20.\ 5.\ 12}{40.\ 6.\ 10}.$$

Man bringe den Bruch auf eine kleinere Benennung:

$$x = \frac{8.\ 20.\ 5.\ 12}{40.\ 6\ 10} = \frac{2.\ 2}{1} = 4.$$

also in 4 Monaten werden diese Arbeiter ꝛc. mit der nämlichen Arbeit fertig seyn.

II. Beyspiel.

Eine Festung ist auf 90 Tage für 6000 Mann mit Proviant versehen, wenn man täglich einem Manne 2 Pfund Brod giebt; nun aber werden 1000 Mann fortgeschickt, und die übrigen 5000 Mann müssen vom nämlichen Proviant 130 Tage ernährt werden; es ist nun die Frage, wieviel darf jetzt jedem Manne täglich Brod gegeben werden (Vega §. 204.)?

Auflösung.

M.	6000	:	5000
T.	90	:	130
℔.	2	:	x?

Diese Aufgabe gehört zur zusammengesetzten verkehrten Regeldetri, denn jemehr es Solda-

ten sind, und je längere Zeit sie sich in der Festung halten müssen, eine desto kleinere Portion Brod darf täglich einem Manne gegeben werden (§. 6.).

Also geschieht die Auflösung nach den im §. 33. aufgestellten, und den daraus abgeleiteten, im §. 34. erwähnten Regeln:

x?	E	℔? x	2 ℔.
m	M	Mann 5000	6000
n	N	T. 130	90 T.
s	S		

$$x = \frac{EMNS}{mns}, \quad x = \frac{2.6000.90}{5000.130}.$$

Also darf täglich jedem Soldaten gereicht werden:

$$x = \frac{2.6000.90}{5000.300} = \frac{2.6.9}{5.13} = 1\tfrac{43}{65} \text{ ℔.}$$

Auf eine ähnliche Weise verfahre man bey allen Aufgaben, welche zur zusammengesetzten verkehrten Regeldetri gehören.

V.

Für die Aufgaben der zusammengesetzten geraden und verkehrten Regeldetri zugleich.

§. 36.

1) Zu dieser Regel gehören alle jene Aufgaben, wo die Bestimmungs-Größen — die Ursachen —, mit den durch sie bestimmten Größen — mit ihren Wirkungen —, theils im geraden, theils im umgekehrten Verhältnisse

stehen, und wo das letzte Verhältniß, in welchem x vorkömmt, einem Verhältnisse gleich ist, das aus mehrern, theils geraden, theils umgekehrten Verhältnissen zusammengesetzt ist.

2) Gesetzt, es stehen die Ursachen C, T, U, im geraden, und M, N, S im umgekehrten Verhältnisse mit jener Wirkung E, die sie hervor bringen, und auf der andern Seite bestimmen die mit diesen gleichnamigen Ursachen c, t, u und m, n, s die unbekannte Wirkung x, von welchen ebenfalls wieder die Ursachen c, t, u im geraden Verhältnisse, und m, n, s mit x im umgekehrten Verhältnisse stehen.

Weil man, wie schon mehrmal erwähnt wurde, durch Multiplication wie immer viele Proportionen in eine verwandeln kann, so wird durch nachstehende Auflösung für alle hieher gehörige Fälle eine allgemein giltige Formel entwickelt werden.

3) Die Aufgabe ist demnach diese:

Wenn die Ursachen C, T, U, dann M, N, S zusammen die Wirkung E geben, welche Wirkung — x? — geben in der ebenerwähnten Voraussetzung die Ursachen c, t, u und m, n, s?

Vorbereitungs-Ansatz:

C : c.
T : t.
U : u.
M : m.
N : n.
S : s.
E : x?

4) Nach dem §. 30. und demjenigen, was im §. 33. bemerkt, und bewiesen wurde, erhält man folgende 6 Proportionen, weil auf jeder Seite auch 6 Ursachen gemeinschaftlich zusammenwirken:

a) $C : c = E : y$

b) $T : t = y : Z$

c) $U : u = Z : w$

d) $\frac{1}{M} : \frac{1}{m} = w : \varphi$

e) $\frac{1}{N} : \frac{1}{m} = \varphi : \pi$

f) $\frac{1}{S} : \frac{1}{s} = \pi : x$

multiplic.: $CTU. \frac{1}{MNS} : ctu. \frac{1}{mns} = E : x.$

also:

$$\frac{CTU}{MNS} : \frac{ctu}{mns} = E : x.$$

In eine Gleichung verwandelt:

$$\frac{CTU}{MNS}\, x = \frac{ctu}{mns}\, E$$

oder nach aufgehobenen Brüchen:

$$xCTUmns = EctuMNS;$$

welches man erhält, da man in einem Producte auch die Stellen der Factoren verwechseln kann (Mag. §. 45. I. Zus. — Vega §. 26.).

5) Nun setze man die Gleichung in die Form des Reesischen Ansatzes:

x?	E.
C.	c.
T.	t.
U.	u.
m.	M.
n.	N.
s.	S.

$$x = \frac{E\,c\,t\,u\,M\,N\,S}{C\,T\,U\,m\,n\,s}.$$

Wodurch man wieder für alle Aufgaben, welche zu dieser ebenbenannten Regel gehören, die allgemeine Auflösung in Reesischer Form hat.

§. 37.

Für den Reesischen Ansatz ergeben sich daraus folgende Regeln:

1) Links setze man x; rechts hinüber das mit x gleichnamige Bedingungsglied E, das auch die bekannte Wirkung, oder die mit x gleichnamige bekannte bestimmte Größe genannt wird.

2) Links unter x setze man alle jene Ursachen, die mit E im geraden und mit x im umgekehrten Verhältnisse stehen, nämlich: C, T, U und m, n, s; erstere nennt man auch in Beziehung auf „E“ Bedingungsglieder und letztere m, n, s in Beziehung auf „x“ Fragglieder.

3) Rechts hinüber jederzeit die gleichnamigen, also jene Ursachen c, t, u, die mit x im geraden, und jene — M, N, S, die mit E im umgekehrten Verhältnisse stehen; c, t, u werden in Beziehung auf „x“ Fragglieder, und M, N, S in Beziehung auf „E“ Bedingungsglieder genannt.

4) Weil $x = \frac{E c t u M N S}{C T U m n s}$ (§. 36.) so dividire man wieder das Product der rechtsstehenden Zahlen durch jenes der linksstehenden, und es ist die unbekannte Größe x gefunden, die durch solche Größen bestimmt wird, die im geraden, und zugleich durch solche, die mit ihr im umgekehrten Verhältnisse stehen (§. 36.)

§. 38.

I. Beyspiel.

Wenn 20 Weber in 8 Wochen, da sie wöchentlich 5 Tage und täglich 10 Stunden arbeiten, 100 Stücke Leinwand verfertigen, wo jedes Stück 30 Ellen lang, und $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ Ellen breit ist; — wie viel Stücke Leinwand werden 80 Weber in 15 Wochen, da sie wöchentlich 6 Tage, und täglich 12 Stunden arbeiten, verfertigen, wenn jedes Stück 40 Ellen lang, und 1 Elle breit seyn soll (Vega §. 205.)?

Auflösung.

Vorbereitungs-Ansatz:

		nach
Weber	20 : 80.	C : c.
Wochen	8 : 15.	T : t.
Tage	5 : 6.	U : u.
Stunden	10 : 12.	M : m.
Stücke	100 : x?	E : x?
Ellen l.	30 : 40.	N : n.
Ellen br.	$1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$: 1.	S : s.

1) Diese Aufgabe gehört zur zusammengesetzten geraden und verkehrten Regeldetri zu-

gleich (§. 36.); denn je mehr es Weber sind, je mehr sie Wochen, Tage und Stunden arbeiten, desto mehr Stücke verfertigen sie; hingegen je länger und breiter jedes derselben seyn muß, desto weniger Stücke werden sie verfertigen (§. 6.).

2) Nach dem §. 36. erhält man demnach folgende Proportionen:

a) $C:c = E:y$, $20:80 = 100:y$.

b) $T:t = y:Z$, $8:15 = y:Z$.

c) $U:u = Z:w$, $5:\ 6 = Z:w$.

d) $M:m = w:\varphi$, $10:12 = w:\varphi$.

e) $\frac{1}{N}:\frac{1}{n} = \varphi:\pi$, $\frac{1}{30}:\frac{1}{40} = \varphi:\pi$.

f) $\frac{1}{S}:\frac{1}{s} = \pi:x$, $\frac{1}{\frac{5}{4}}:\frac{1}{1} = \pi:x$.

$$\frac{CTUM}{NS}:\frac{ctum}{ns} = E:x, \text{ und}$$

$$\left(\frac{20.\ 8.\ 5.\ 10.}{30.\ \frac{5}{4}}\right):\left(\frac{80.\ 15.\ 6.\ 12.}{40.\ 1}\right) = 100:x.$$

Ferner:

$$\frac{xCTUM}{NS} = \frac{Ectum}{ns}$$

und

$$xCTUMns = EctumNS.$$

Deßwegen auch:

$$\frac{x.\ 20\ 8.\ 5.\ 10}{30.\ \frac{5}{4}} = \frac{100.\ 80.\ 15.\ 6.\ 12.}{40.\ 1}$$

und

$$x(20.8.5.10.40.1.) = 100.80.15.6.12.30.\tfrac{5}{4}.$$

5) Nun diese Gleichung in der Form des Reesischen Ansatzes:

x?	E	St.	x?	100.
C	c	Arbeiter	20	80.
T	t	Wochen	8	15.
U	u	T.	5	6.
M	m	St.	10	12.
n	N	Ell. l.	40	30.
s	S	Ell. br.	1	5/4.

$$x = \frac{EctumNS}{CTRMns},\quad x = \frac{100.\ 80.\ 15.\ 6.\ 12.\ 30.\ 5/4}{20.\ 8.\ 5.\ 10.\ 40.\ 1}.$$

Welche Auflösung ganz den im §. 37. aufgestellten Regeln gemäß ist; weil aber 4 Ursachen im geraden Verhältnisse, in 2 im umgekehrten mit der ihnen entsprechenden Wirkung stehen, so mußten auch nach dem in den §§. 29, 33. Gesagten 4 Proportionen in der Formel angenommen werden, welche die im geraden Verhältnisse, und 2 Proportionen, welche die mit ihren Wirkungen im umgekehrten Verhältnisse stehenden Ursachen darstellen.

6) Man bringe den Bruch auf eine kleinere Benennung, und multiplicire dann die letzten Factoren, man erhält:

$$x = \frac{2025}{2}$$

also $x = 1012\,^1/_2$; so viel Stücke Leinwand verfertigen dieselben ꝛc.

II. Beyspiel.

Wenn 20 Arbeiter in 15 Tagen, wenn sie täglich 8 Stunden arbeiten, 1 Mauer verfer-

tigen, die 40 Schuhe lang, $1\frac{1}{2}$ Schuhe dick, und 20 Schuhe hoch ist; — wie lange werden 40 Arbeiter, die täglich 10 Stunden arbeiten, zu 2 Mauern brauchen, wovon jede 50 Schuhe lang, 2 Schuhe dick, und 30 Schuhe hoch ist?

Auflösung.

	A.	B.
Arb.	20	: 40
St.	8	: 10
M.	1	: 2
L.	40	: 50
D. $1\frac{1}{2}$ =	$\frac{3}{2}$	: 2
H.	20	: 30
T.	15	: x?

Die Kolumne A drückt die Bedingungsglieder und die Kolumne B die Fragglieder aus:

1) Diese Aufgabe gehört zur zusammengesetzten geraden und verkehrten Regeldetri zugleich; denn je mehr es solche Mauern, und je größer dieselben sind, desto mehr Tage müssen dazu verwendet werden; im Gegentheile aber desto weniger Tage, je mehr es Arbeiter sind, und je mehr Stunden täglich gearbeitet wird (§. 6.); man setze also links x, dann alle jene Ursachen, die mit 15 Tagen im geraden und auch jene Ursachen die mit „x" im umgekehrten Verhältnisse stehen, und rechts hinüber setze man 15 Tage, und alle jene Ursachen, die mit „x" im geraden, nebst jenen, die mit 15 Tagen im umgekehrten Verhältnisse stehen (§. 37.); man er-

erhält daher im Vergleiche mit der im §. 36. aufgestellten Formel nachstehenden Ansatz:

T.	x?	15.
Arb.	40	20.
St.	10	8.
M.	1	2.
L.	40	50.
D.	$^3/_2$	2.
H.	20	30.

$$x(40.10.1.40.^3/_2.20) = 15.20.8.2.50.2.30.$$

$$x = \frac{15.\ 20.\ 8.\ 2.\ 50.\ 2.\ 30}{40.\ 10.\ 1.\ 40.\ 3/2.\ 20}.$$

daher:

$$x = \frac{15.\ 3}{3/2} = 45 : {}^3/_2 = {}^{90}/_3 = 30.$$

Also in 30 Tagen rc.

§. 39.

Bisher sind nun in den §§. 14 — 38. für die 5 im §. 12. benannten Fälle, auf welche alle Aufgaben der sogenannten Regeldetri zurückgeführt werden können, die Grundsätze und Regeln aufgestellt worden, wodurch man in Stand versetzt ist, jede wie immer vorkommende, zur Regeldetri gehörige Aufgabe aufzulösen; und dadurch wäre der Reesische Ansatz in der Lehre der geometrischen Proportionen begründet worden.

Da es aber Fälle giebt, wo die im II. Abschnitte aufgestellten Lehrsätze nicht zureichen, um einzusehen, daß die unbekannte Größe mit den bekannten in eine Proportion gesetzt, und so mittels der angewandten Proportionslehre

gefunden werden könne, und es nicht selten geschieht, daß auch beym erkannten Verhältnisse der Größen die unbekannte Größe verbunden mit den bekannten, in eine Gleichung gesetzt werden muß, um ihren Werth zu finden, so wird es an einem passenden Orte angebracht seyn, wenn ich der in diesem Abschnitte gleichsam vorangeschickten Theorie eine Anwendung auf einige practische Fälle folgen lasse, nachdem ich mich werde zuvor über die dabey anzustellende Probe, über die Behandlung der vorkommenden Brüche, und manchmal vorzunehmenden Reductionen geäussert haben.

V. Abschnitt.

Ueber die beym Reesischen Ansatze anzustellende Probe, die Behandlung der vorkommenden Brüche, und über die dabey manchmal vorzunehmenden Verkleinerugen und Reductionen rc.

§. 40.

Man möchte sich, zumal bey etwas schwerern Aufgaben, bey denen mehrere Veränderungen vorzunehmen sind, manchmal gerne die Ueberzeugung geben, daß sich bey den vorgenommenen Operationen kein Fehler eingeschlichen habe; welches nun eben durch die angestellte Probe bewerkstelliget wird.

Auch kommen nicht selten beym Ansatze Brüche vor, die weggeschafft werden müssen; weil dann jede nachherige Veränderung erleichtert seyn wird.

Bey größern Aufgaben, wo viele Größen gegeben sind, wäre es zu mühsam, wenn man wirklich alle rechts- und linksstehenden Factoren multipliciren müßte, um da die erhaltenen Producte mit einander dividiren zu können; man kann sich durch Verkleinern die Sache um vieles abkürzen, und erleichtern. — Das Verhältniß der Dinge, die als Größen betrachtet werden (§. 5.), muß auf das Verhältniß bloßer Zahlen reducirt werden, um die bey den Proportionen und Gleichungen aufgestellten Gesetze in Anwendung bringen zu können; weßwegen manche Reductionen vorzunehmen sind.

I.

Die anzustellende Probe.

§. 41.

Die Probe ist die Versicherung, die man sich durch eine wiederholt angestellte Berechnung über die Richtigkeit des gefundenen Resultates giebt. Eine Probe machen, heißt demnach — eine neue Berechnung anstellen, durch welche die vorige geprüft, und als fehlerfrey bewähret wird.

Die Probe geschieht in allen, im vorigen Abschnitte erwähnten Fällen auf folgende Weise:

1) Eine von den, durch die anfangs gegebene Aufgabe bekannten Größen, entweder die Wirkung E, oder eine der gegebenen Ursachen, nimmt man als unbekannt an, und drückt sie einsweilen durch „x“ aus;

2) Auf die nämliche, in dem eben benannten Abschnitte bezeichnete Weise sucht man nun die als unbekannt angenommene Größe x.

3) Findet man jetzt durch diese zweyte, ganz nach den vorigen Grundsätzen und Regeln vorgenommene Berechnung, die vorhin anstatt x da gewesene bekannte Größe, so ist es ein sicheres Zeichen, daß die erste Berechnung richtig gewesen ist; weil es nicht wohl wahrscheinlich ist, daß der zuerst gemachte Fehler durch einen zweyten Fehler so aufgehoben würde, daß die vorige Größe zum Vorschein käme.

4) Sollte aber der Calculant noch über die Richtigkeit seines Resultates einigen Zweifel hegen, so stelle er die zweyte, oder auch die dritte Probe an, bis er sich ganz davon überzeugt hat, indem er immer wieder eine andere, vorhin bekannte Größe als unbekannt annimmt; weil man, wie aus dem vorigen Abschnitte zu ersehen ist, alle einfachen Proportionen in eine Proportion, und die nun erhaltene zusammengesetzte Proportion in eine Gleichung verwandelt, wo jede als unbekannt angenommene Größe durch die übrigen bestimmt ist, und also gefunden werden kann (Mag. §. 151. — Vega §. 212.).

§. 42.

Beyspiel.

In dem im §. 38. angeführten Beyspiele hat man gefunden:

Wenn 20 Weber in 8 Wochen, da sie täglich 10 Stunden arbeiten, und wöchentlich 5 Tage, 100 Stücke Leinwand verfertigen, wo jedes Stück 30 Ellen lang, 1 1/4 = 5/4 Ellen breit ist; — so werden 80 Weber in 15 Wochen, wenn sie wöchentlich 6 Tage, und täglich 12 Stunden arbeiten, 1012 1/2 Stück verfertigen, wovon jedes 40 Ellen lang, und 1 Elle breit seyn soll.

W.	20 :	80.
W.	8 :	15.
T.	5 :	6.
St.	10 :	12.
St.	100 :	1012 1/2.
L.	30 :	40.
Br.	5/4 :	1.

In der ersten Aufgabe war 1012 1/2 Stücke das Unbekannte, welches gefunden wurde; nun nehme man z. B. 20 Weber als unbekannt = x an, und man suche auf die nämliche Weise diese als unbekannt angenommene Größe; wobey zu bemerken ist, daß, wenn eines der vorigen Fragglieder als unbekannt angenommen wird, die vorigen Bedingungs- und Fragglieder wieder Bedings- und Fragglieder seyn wer-

den; wird hingegen eines der vorigen Bedingungsglieder als unbekannt angenommen, so werden jetzt die vorigen Fragglieder — Bedingungsglieder, und die vorigen Bedingungsglieder — Fragglieder.

Die Aufgabe ist nun diese:

	A.		B.
Arb.	x?	:	80.
W.	8	:	15.
T.	5	:	6.
Stunden	10	:	12.
St.	100	:	$1012\frac{1}{2} = \frac{2025}{2}$.
L.	30	:	40.
Br.	$1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$	:	1.

Die Kolumne A enthält die Fragglieder, und die Kolumne B die Bedingungsglieder.

Man setze nach den im §. 37. aufgestellten Regeln die Aufgabe an, welche zur zusammengesetzten geraden und verkehrten Regeldetri gehört; denn — desto weniger Arbeiter dürfen es seyn, je mehr sie Wochen, und je mehr sie wöchentlich Tage, und täglich Stunden arbeiten, und desto mehr Arbeiter müssen es seyn, je mehr sie solche Stücke verfertigen, und je breiter und länger dieselben seyn sollen (§. 6.):

Arb.	x?	80.
W.	8	15.
T.	5	6.
St.	10	12.
St. $1012\frac{1}{2} = \frac{2025}{2}$		100.
L.	40	30.
Br.	1	$1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$.

$$x = \frac{80.\ 15.\ 6.\ 12.\ 100.\ 30.\ 5/4}{8.\ 5.\ 10.\ \frac{2025}{2}.\ 40.\ 1},$$

daher erhält man

$$x = \frac{20}{1} = 20.$$

Also 20 Arbeiter müssen es seyn ꝛc.; und so hat man gerade die nämliche Größe gefunden, die man bey der ersten Aufgabe als ein bekanntes Bedingungsglied hatte.

Auf eine ähnliche Weise verfährt man bey allen übrigen Aufgaben der Regeldetri, sobald man sich über dieselben eine Probe machen will.

II.

Die Aufhebung der Brüche.

§. 43.

Kommen in dem Reesischen Ansatze Brüche entweder allein, oder mit angehängten Ganzen vor, so müssen sie aufgehoben werden.

Brüche mit angehängten Ganzen richtet man ein, d. h., man macht das Ganze zu einem Bruche mit dem nämlichen Nenner, den der angehängte Bruch hat, und addirt die beiden Brüche zusammen, z. B. $4\frac{3}{5}$ soll man

einrichten; deßwegen macht man 4 zu einem Bruche mit dem Nenner 5, und man addirt zu diesem den Bruch $^3/_5$; nun ist aber 4 $= {}^{4.\,5}/_5 = {}^{20}/_5$, dann ist $^{20}/_5 + {}^3/_5 = {}^{23}/_5$; also ist $4\,^2/_5 = {}^{23}/_5$, wo man nun anstatt $4\,^3/_5$ das Gleiche „$^{23}/_5$“ setzen kann (Mag. §§. 43. 82. — Vega §. 76.).

Allgemein: $a + \frac{b}{c} = \frac{ac}{c} + \frac{b}{c}$ weil $a = \frac{ac}{c}$, dann ist $\frac{ac}{c} + \frac{b}{c} = \frac{ac + b}{c}$; wodurch der Bruch eingerichtet wird.

Dann erinnere man sich:

1) Ein Product wird mit einer ganzen Zahl multiplicirt, wenn man nur einen beliebigen Factor multiplicirt. (Mag. §§. 51. 84. III. Zus.).

2) Beym Reesischen Ansatze ist das Product der linksstehenden Zahlen gleich dem Producte der rechtsstehenden (§. 11.).

3) Gleiches mit Gleichem multiplicirt giebt gleiche Producte. (Mag. §. 44. — Vega §. 29.).

Und man wird nachstehende, die Aufhebung der Brüche betreffende Regel verstehen:

Mit dem Nenner eines jeden vorkommenden Bruches multiplicire man jede Seite des Reesischen Ansatzes, oder was eines ist, man setze jeden Nenner auf beiden Seiten als Factor, weil dadurch die Multiplication der beiderseitigen, unter sich gleichen Producte geschieht; auf jener Seite, wo der Nenner des aufzuhebenden Bruches ist, wird der Nenner

verschwinden, weil er beym nämlichen Producte zugleich als Divisor und Factor steht. Deßwegen geht die ebenbenannte Regel in folgende über:

Dort, wo der Bruch ist, lasse man den Nenner weg, und auf der andern Seite setze man ihn als Factor, dadurch wird der Bruch aufgehoben werden.

Man kann diese Regel auch aus den — bey den Gleichungen aufgestellten — Grundsätzen ableiten. (Mag. §. 149. — Vega §. 211.).

§. 44.

Beyspiel.

$2\,{}^1/_2$ Ellen kosten $8\,{}^5/_6$ fl. — was kosten $12\,{}^3/_4$ Ellen von der nämlichen Waare?

Ellen $2\,{}^1/_2 : 12\,{}^3/_4$.
fl. $8\,{}^5/_6 : x?$

Diese Aufgabe gehört zur einfachen geraden Regeldetri.

Also nach §. 21. erhält man den Ansatz:

fl.	x?	$8\,{}^5/_6$.
Ellen	$2\,{}^1/_2$	$12\,{}^3/_4$.

Man richte die Brüche ein (§. 43.); $8\,{}^5/_6$ ist $= {}^{53}/_8$, $2\,{}^1/_2 = {}^5/_2$, $12\,{}^3/_4 = {}^{51}/_4$; und anstatt „$8\,{}^5/_6$“ setze man nun ${}^{53}/_6$ rc:

x?	${}^{53}/_6$.
${}^5/_2$	${}^{51}/_4$.

Mit den Nennern 2, 6, 4 multiplicire man beide Seiten, in dem man sie dort wegläßt,

wo sie stehen, und auf der andern Seite als Factoren setzt:

$$\begin{array}{r|l} x? & 53 \\ 5 & 51 \\ 6 & 2 \\ 4 & \end{array}$$

$$x = \frac{53.\ 51.\ 2}{5.\ 6.\ 4.}$$

daher ist $x = \frac{53.\ 51.\ 2}{4.\ 5.\ 6} = \frac{53.\ 51.}{2.\ 5.\ 6} = \frac{2703}{60}.$

Also kosten nun $12\,{}^{3}/_{4}$ Ellen

$$\frac{2703}{60} = 45\,{}^{3}/_{60} = 45\,{}^{1}/_{20}\ \text{fl.}$$

Probe.

Nach §. 41. setze man folgende Aufgabe:

Wenn $12\,{}^{3}/_{4}$ Ellen $45\,{}^{1}/_{20}$ fl. kosten; — was kosten $2\,{}^{1}/_{2}$ Ellen?

Ellen $12\,{}^{3}/_{4} : 2\,{}^{1}/_{2}$. $\quad 12\,{}^{3}/_{4} = {}^{51}/_{4}$.
fl. $45\,{}^{1}/_{20} : x?$ $\quad 2\,{}^{1}/_{2} = {}^{5}/_{2}$.
$45\,{}^{1}/_{20} = {}^{901}/_{20}$.

$$\begin{array}{r|l} x? & 901. \\ 51 & 5. \\ 20 & 4. \\ 2 & \end{array}$$

$$x\ (51.\ 2.\ 20) = 901.\ 5.\ 4.$$

$$x = \frac{901.\ 5.\ 4}{51.\ 2.\ 20} = \frac{901}{102} = 8\ \frac{85}{102}.$$

Also $2\,{}^{1}/_{2}$ Ellen kosten $8\,{}^{85}/_{102} = 8\,{}^{5}/_{6}$ fl., welches eben das vorhin bekannte Bedingungsglied war.

Auf die nämliche Weise verfahre man bey allen im Reesischen Ansatze vorkommenden Brüchen, wo es immer die erste Arbeit ist, die Brü-

che einzurichten, und aufzuheben, um dadurch alle nachherigen Veränderungen zu erleichtern.

III.

Das Verkleinern.

§. 45.

Unter dem Ausdrucke „Verkleinern" verstehe ich hier jene Veränderung, wodurch die beiden — links- und rechtsstehenden — Producte auf kleinere Zahlen gebracht werden, ohne daß die Gleichheit derselben aufgehoben wird, also eine ähnliche Veränderung mit jener, wodurch Brüche auf eine kleinere Benennung gebracht werden, welches eben dadurch geschieht, daß man sie in kleinern Zahlen ausdruckt, ohne ihren Werth zu verändern.

Es wäre zu mühsam, und würde auch zu viel Zeit kosten, zumal bey vielen Factoren, wenn man (Mag. §. 71. — Vega §. 81.) immerhin das größte gemeine Maaß zweyer Factoren, wovon einer links, der andere rechts steht, suchen müßte; deßwegen merke man sich folgende Regeln, deren allgemeine Giltigkeit bey der Theorie über die Theilbarkeit ganzer Zahlen erwiesen wird; und die auch mehrentheils sehr geschwind und leicht in Anwendung gebracht werden können:

1) Wenn das letzte oder niedrigste Ziffer zur rechten Seite durch 2, 5 oder 10 (im letzten Falle muß das niedrigste Ziffer gleich 0 seyn) theilbar ist, so ist die ganze Zahl durch

2, 5 und 10 theilbar; z. B. 468 ist durch 2, 465 durch 5, und 460 durch 10 theilbar.

2) Läßt sich die Summe des niedrigsten Ziffers, und des doppelten folgenden Ziffers durch 4 theilen, so ist die ganze gegebene Zahl durch 4 theilbar. Z. B. 628 ist durch 4 theilbar, weil 8 + 4 = 12, und dieses durch 4 theilbar ist.

3) Addirt man alle Ziffern zusammen, und läßt sich die Summe durch 3 oder 9 Theilen, so läßt sich die ganze gegebene Zahl durch 3 oder 9 theilen, 3654 läßt sich sowohl durch 3 als 9 Theilen, weil 4 + 5 + 6 + 3 = 18 durch beide theilbar ist rc. (Mag. §. 71. — Vega §. 205.)

Nach diesen und ähnlichen Regeln suche man sich immer eine Zahl, mit der man einen Factor links, und einen Factor rechts ohne Rest theilen kann, die nun eben deßwegen das gemeine Maaß, und, wenn sie so dividirt, daß die Quotienten Primzahlen sind, daß größte gemeine Maaß derselben genannt wird; mit diesem dividirt man wirklich, streicht die Zahlen, die man dividirte, aus, und setzt an ihre Stelle die Quotienten; 1 schreibt man nicht, wenn noch andere Zahlen als Factoren da sind.

Dieses Verfahren setze man so lange fort, bis man kein gemeines Maaß mehr ausfindig machen kann.

Will man gewiß wissen, ob man alle möglichen Verkleinerungen vorgenommen habe, so suche man zum Zähler und Nenner desjenigen

Bruches, der zuletzt gleich x gesetzt wird, das größte gemeine Maaß; findet man nicht 1, sondern eine andere Zahl als dasselbe, so ist sie diejenige Zahl, mit der man den Bruch auf die kleinste Benennung bringen kann, um den Werth der gesuchten Größe „x" in der möglichst kleinsten Zahl auszudrücken.

§. 46.

Beyspiel.

Man nehme den Ansatz des im §. 38. aufgestellten II. Beyspieles:

x?	15.
40	20.
10	8.
1	2.
40	50.
$^3/_2$	2.
20	30.

x = 3. 5. 2 = 30.

Man verkleinere mit: 10, 10, 10, 5, 2, 4, 2, 3, 4, nachdem gleich anfangs der Bruch weggeschafft worden ist.

Wo also der Werth von „x" sehr geschwind gefunden wird.

So verfahre man bey allen vorkommenden Beyspielen.

IV.

Die Reductionen.

§. 47.

Unter dem Ausdrucke „Reduction" ver-

stehe ich hier jene Veränderungen, durch welche benannte Zahlen auf andere niederer oder höherer Art gebracht werden. — Benannte Zahlen heißt man aber alle gezählte Größen bestimmter Art, wo nämlich eine Summe von Einheiten bestimmter Art ausgedrückt wird.

Durch die Reduction werden demnach höhere Einheiten auf niedere, oder umgekehrt, diese auf jene gebracht, ohne dadurch den Werth der gegebenen Größen zu verändern; z. B. wenn ich Gulden zu Kreutzern, oder diese zu Gulden mache, d. h., wenn ich die Summe der höhern Einheiten, welche hier Gulden genannt werden, bringe auf eine Summe von niedern Einheiten, welche Kreutzer heißen, so aber, daß die Summe der Kreutzer gleich ist der Summe der anfangs gegebenen Gulden. Der Werth der nämlichen gegebenen Größe wird unter einer zweyfachen Benennung — unter jener der höhern und unter jener der niedern Einheiten — ausgedrückt.

Ich unterscheide Reductionen zweyerley Art, wovon ich die ersten — einfache, die andern zusammengesetzte Reductionen nenne.

A.

Einfache Reductionen.

§. 48.

Die einfache Reduction ist jene Reduction, durch welche niedere Einheiten auf die nächsthöheren, und höhere Einheiten auf die nächst-

niedern reducirt werden; z. B. wenn man Kreuzer zu Pfenning, oder Pfenning zu Kreuzern macht.

Die einfache Reduction gehört zur einfachen geraden Regeldetri; denn eine 2, 3, m. mal größere Summe höherer Einheiten giebt auch eine 2, 3, m. mal größere Summe der nächstniedern Einheiten, und umgekehrt, eine gegebene größere Summe niederer Einheiten giebt im nämlichen Verhältnisse auch eine größere Summe der nächsthöhern Einheiten, weil diese letztere jener immer gleich bleiben muß.

Wenn 1 Gulden 60 Kreuzer giebt, dann geben (§. 6.):

A.		B.
2. 1 fl.	—	2. 60 kr.
3. 1 =	—	3. 60 =
m. 1 =	—	m. 60 =

und nach §. 7.

$$\frac{n}{m} \text{ 1 fl.} = \frac{n}{m} \text{ 60 kr.}$$

folglich nach §. 9.

Wenn a Gulden, b Kreuzer, und α fl. — β kr. geben, dann verhalten sich

$$\text{fl. fl.} \qquad \text{kr. kr.}$$
$$a : \alpha \;—\; b : \beta$$

oder auch

$$\text{fl. fl.} \qquad \text{kr. kr.}$$
$$C : c = E : e.$$

Weil man aber niedere Einheiten auf höhere, und höhere auf niedere reduciren kann (§. 47.), so giebt es bey der einfachen Reduc-

tion wie bey der zusammengesetzten einen zweyfachen Fall, wofür nun die allgemeine Auflösung mittels des Reesischen Ansatzes entwickelt wird.

a.

Einfache Reduction höherer gegebener Einheiten auf niedere.

§. 49.

Reductionszahl heißt diejenige Zahl, welche angiebt, wieviel niedere Einheiten zusammen genommen werden müssen, um eine höhere Einheit zu geben; z. B. 60 ist die Reductionszahl zu Gulden und Kreutzern, weil man 60 kr. nehmen muß, um 1 fl. zu erhalten.

Die Reductionszahlen müssen, da sie an verschiedenen Orten, und zu verschiedenen Zeiten verschieden sind, schon zum voraus mittels vorhandener Tabellen bekannt seyn. Der Herr geistl. Rath Magold hat einige dieser Tabellen, vorzüglich Baiern betreffend, am Ende des I. Theiles seines mathematischen Lehrbuches als Beylagen angehängt, welche bey den in der practischen Rechenkunst vorzunehmenden Reductionen immerhin berücksichtiget werden müssen.

In Vega findet man in denjenigen Abschnitten, in denen von den Rechnungsarten ungleichnamiger Zahlen, und der einfachen Regeldetri die Rede ist, ebenfalls einige Tabellen, welche die in Oestreich eingeführten Eintheilungen betreffen, und die Vergleichung einiger Gewichte, und verschiedener Maaße untereinander darstellen.

§. 50.

§. 50.

Aus der im §. 48. angegebenen Formel:

$$a : \alpha = b : \beta, \text{ oder } C : c = E : e$$

könnte die Regel für die einfachen Reductionen dieser Art abgeleitet werden.

C wäre die Summe höherer Einheiten, — E die dieser gleiche und entsprechende Summe der nächstniedern Einheiten; c wäre die gegebene, mit C gleichnamige Summe höherer Einheiten, die man auf die nächstniedern Einheiten reduciren will, und e das Unbekannte, welches c gleich und entsprechend ist.

Und die Aufgabe wäre nun diese:

Wenn aus den Reductionstabellen bekannt ist, daß C Einheiten, E nächstniedere Einheiten geben, wie viel solche geben e höhere Einheiten, die mit C gleicher Art und Benennung sind?

$$C : c.$$
$$E : e?$$

Weil aber C gewöhnlich = 1 ist, indem die Tabellen gewöhnlich angeben, wie viel niedere Einheiten eine bestimmte höhere Einheit giebt, so ist es besser, wenn man sich eine neue Formel sucht, wo C = 1, c = a, und E = b, e = x gesetzt wird, man erhält nach

$$C : c = E : e$$

diese Formel

$$1 : a = b : x$$

für die Aufgabe:

Wenn eine höhere Einheit, b niedere Einhei-

ten in sich begreift, wie viel solche geben a höhere Einheiten der ersten Art?

$$1 : a$$
$$b : x?$$

Die vorige Proportion verwandelt man in eine Gleichung, und giebt dieser die Form des Reesischen Ansatzes:

$$1 : a = b : x$$
$$1 \times x = a \times b$$

$$\begin{array}{r|l} x? & b \\ 1 & a \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{r|l} x? & a. \\ 1 & b. \end{array}$$

Im zweyten Ansatze sind nur die Stellen der Factoren verwechselt.

Es ist mithin $x = ab$; wodurch die bekannte einfache Regel als richtig und allgemein giltig erwiesen ist: „Eine benannte Zahl wird auf eine andere niederer Art reducirt, wenn man erstere mit der Reductionszahl multiplicirt."

§. 51.

Für den Reesischen Ansatz ergeben sich daher folgende Regeln:

1) Links an den Strich setze man das unbekannte Fragglied — x? — unter dem Ausdrucke „wieviel niedere Einheiten geben?"

2) Rechts hinüber setze man, weil dadurch bloß die Stelle der Factoren verwechselt wird, anstatt des Gleichnamigen das bekannte Fragglied a.

3) Links setze man 1, oder jene Zahl, wofür die Tabelle die Summe der niedern Einheiten angiebt,

4) und hinüber setze man das mit x Gleichnamige, so daß man nun mit der nämlichen Benennung aufhört, mit der man angefangen hat.

§. 52.

Beyspiel.

Wieviel Kreutzer geben 48 fl., wenn 1 fl. = 60 kr. hat?

fl. 1 : 48
kr. 60 : x?

a)

kr.	x?	60
fl.	1	48

$x = 60 \times 48$.

oder

b)

kr.	x?	48 fl.
fl.	1	60 kr.

$x = 48 \times 60$

nun ist aber $60 \times 48 = 48 \times 60$; deßwegen, um der gewöhnlich gegebenen Regel des Reesischen Ansatzes übereinstimmend zu bleiben, wähle man in der Ausübung den zweyten Ansatz „b". Also geben 48 fl. 2880 kr., weil $x = 48 \times 60 = 60 \times 48 = 2880$.

So verfahre man bey allen Aufgaben, in denen eine gegebene Summe höherer Einheiten auf die nächstniedern Einheiten reducirt werden soll.

b.

Einfache Reduction gegebener niederer Einheiten auf höhere Einheiten bestimmter Art.

§. 53.

Man verwechsle in der vorigen Aufgabe

(§. 50.) die Stellen der Bedingungs- und Fragglieder, und setze folgende Aufgabe:

Wenn b niedere Einheiten die höhere Einheit 1 geben, wie viel solche höhere Einheiten geben c niedere Einheiten?

$$\begin{array}{ccc} b & : & c. \\ 1 & : & x? \end{array}$$

Die Verwechslung bestund hier darinn, daß die Bedingung gleichsam umgekehrt wurde, was vorhin Condition war, ist nun das Conditionatum.

Nach §. 48. erhält man diese Proportion:

$$b : c = 1 : x$$

Dann:

$x \times b = 1 \times c$, und Reesisch angesetzt:

$$\begin{array}{c|l} x? & 1 \\ b & c \\ \hline \multicolumn{2}{c}{bx = c} \\ \multicolumn{2}{c}{x = \frac{c}{b}.} \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{c|l} x? & c \\ b & 1 \\ \hline \multicolumn{2}{c}{bx = c} \\ \multicolumn{2}{c}{x = \frac{c}{b}.} \end{array}$$

Wodurch wieder die Regel erwiesen ist: „Eine benannte Zahl wird auf den Ausdruck einer Zahl höherer Art gebracht, wenn man sie durch die Reductionszahl dividirt“.

§. 54.

Für den Reesischen Ansatz ergeben sich folgende Regeln:

1) Links setze man x, und rechts hinüber die gegebene Summe der niedern Einheiten c, die man auf höhere Einheiten reduciren will.

2) Links setze man die Summe der niedern

Einheiten, die die höhere Einheit „1“ geben, und rechts hinüber setze man 1.

So fängt man mit der nämlichen Benennung an, mit der man aufhört.

§. 55.

Beyspiel.

Wenn 60 kr. 1 fl. geben; — wie viel Gulden geben 2880 kr.?

kr.	60	:	2880.
fl.	1	:	x?

fl. x? | 1 oder fl. x? | 2880 kr.
kr. 60 | 2880   kr. 60 | 1 fl.

$$60\,x = 2880 \qquad 60\,x = 2880$$

$$x = \frac{2880}{60} \qquad x = \frac{2880}{60}$$

$$x = 48.$$

Also 2880 kr. geben 48 fl.: dadurch hat man die Probe der vorigen im §. 52. gegebenen Auflösung.

So verfahre man bey allen hieher gehörigen Reductions-Fällen.

B.

Zusammengesetzte Reductionen.

§. 56.

Die zusammengesetzte Reduction ist diejenige, durch welche niedere Einheiten auf entfernt höhere Einheiten, oder aber höhere Einheiten auf mehr entfernt niedere Einheiten gebracht werden.

Diese gehört zur zusammengesetzten geraden Regeldetri, weil durch Multiplication mehrere Proportionen in eine verwandelt werden müssen, wo dann das letzte Verhältniß, in welchem x vorkömmt, ein aus mehrern Verhältnissen zusammengesetztes Verhältniß ist (§. 29.); und die allgemeine Auflösung könnte aus jener — in dem vorigen Abschnitte gegebenen — Auflösung, wo alle Ursachen mit ihren Wirkungen im geraden Verhältnisse stehen, entwickelt werden.

Wäre aber zwischen der höhern, und der entfernt niedern Einheit die Reductionszahl bekannt, dann gehörte die Aufgabe zur einfachen Reduction, wovon vorhin die Rede war; z. B. wie viel Heller geben 48 fl.; — wenn 1 fl. 480 Heller hat? Diese Aufgabe gehört zur einfachen Reduction; im Gegentheile aber folgende gehört zur zusammengesetzten Reduction: Wie viel Heller geben 48 fl.; wenn 1 fl. 60 kr., und 1 kr. 8 Heller hat?

Nur für Aufgaben dieser Art, d. h., für zusammengesetzte Reductionen werden jetzt nach den beiden möglichen, in dem §. 48. benannten Fällen die allgemeinen Auflösungen gegeben.

a.

Zusammengesetzte Reduction höherer gegebener Einheiten auf entfernt niedere Einheiten.

§. 57.

Um die Auflösung so zu geben, daß daraus die gewöhnliche Regel für den Reesischen An-

saß entwickelt werden kann, und die Sache zugleich auf eine etwas einfachere Weise darzustellen, werde ich bey den zusammengesetzten Reductionen durchgehends zur Bezeichnung der Größen andere Buchstaben wählen, und die Stellen der Factoren des zweyten Productes verwechseln; dadurch wird der Ansatz bloß in seiner äussern Form von jenem, im vorigen Abschnitte aufgestellten, verändert seyn, im Grunde hat man immer das Nämliche; weil es ganz frey steht, im algebraischen Ausdrucke was immer für Buchstaben zu wählen, und in einem Producte die Stellen der Factoren beliebig verwechselt werden können.

§. 58.

1) a drücke die Summe der gegebenen höhern Einheiten aus, und b die Summe der nächstniedern, die einer der gegebenen Einheiten gleich und entsprechend ist, x drücke aus die Summe dieser niedern Einheiten, welche gleich ist a — der Summe der anfangs gegebenen höhern Einheiten —.

Gemäß dem bey der einfachen Reduction Gesagten verhält sich:

a) $1 : a = b : x.$

2) c drücke aus die Summe der zu x nächstniedern Einheiten, die gleich und entsprechend ist einer, von den Einheiten x, und y drücke die Summe der nächstniedern Einheiten von x aus, welche der Summe x gleich, und entsprechend ist.

Es verhält sich:

b) $1 : x = c : y$.

3) d drücke aus die Summe der zu y nächstniedern, die entsprechend und gleich ist einer der Einheiten y, und e drücke aus die Summe der zu y nächstniedern Einheiten, welche gleich und correspondirend ist mit y.

Es verhält sich:

c) $1 : y = d : e$.

4) Dieses Verfahren setze man so lange fort, bis einmal das letzte Verhältniß jene Einheiten ausdrückt, auf welche die gegebenen höhern Einheiten reducirt werden sollen.

5) Die Proportionen a, b, c ic., soviel derselben immer da seyn mögen, setze man durch Multiplication in eine Proportion:

a) $1 : a = b : x$

b) $1 : x = c : y$

c) $1 : y = d : e$

$$1.1.1 : axy = bcd : xye.$$

Mit xy dividire man die beiden Hinterglieder (Mag. §. 216. — Vega §. 187.); — man erhält:

$$1.1.1 : axy = bcd : exy$$

$$1.1.1 : a = bcd : e \text{ und,}$$

$$e\,(1.1.1) = abcd$$

e?	a
1.	b
1.	c
1.	d

$$e = \frac{abcd}{1.1.1} = abcd.$$

Oder anstatt e kann man den gewöhnlichen Buchstaben x nehmen, weil dieser in seiner vorigen Bedeutung durch Abkürzung schon verschwunden ist, wo nun

$$x = \frac{a\,b\,c\,d}{1.1.1} = a\,b\,c\,d.$$

§. 59.

Für den Reesischen Ansatz ergeben sich nun folgende Regeln:

1) Links oben setze man e, oder x — das Unbekannte —; rechts hinüber setze man die gegebene Summe höherer Einheiten, die man auf niedere reduciren soll.

2) Links unter x setze man „1“ d. i., eine Einheit, die der nämlichen Art und gleichnamig ist mit den Einheiten a, und rechts hinüber die Summe der nächstniedern Einheiten die gleich und entsprechend ist mit einer der Einheiten a, nämlich b.

3) Links setze man „1“ als eine der Einheiten b, rechts hinüber die Summe der nächstniedern Einheiten, welche gleich und entsprechend ist mit einer der Einheiten b, nämlich c.

4) Links setze man „1“ als eine Einheit von den Einheiten c, und hinüber d als die Summe der zu c nächstniedern Einheiten, welche gleich und entsprechend ist mit einer der Einheiten c.

5) Dieß setzt man in eben dieser Ordnung so lange fort, bis man rechts Einheiten hat, die mit den gesuchten x gleicher Art und Benennung sind, dann ist das Ansetzen beendet; — gesetzt nun, die rechtsstehenden Einheiten d seyen mit x gleichartig und gleichnamig, dann ist auch der Ansatz vollendet.

6) Weil „1“ als Divisor den unveränderten Dividend zum Quotienten giebt, so multiplicire man die rechtsstehenden Zahlen miteinander, man erhält x, weil x = a b c d ..., d. h., man hat eine Summe der niedern verlangten Einheiten, welcher die gegebene Summe der höhern Einheiten gleich ist, wodurch man also auf die verlangte Weise höhere Einheiten auf niedere Einheiten reducirt hat (§. 47.).

Hier bedarf es keines Vorbereitungs-Ansatzes, indem die ganze Aufgabe in zwey Fraggliedern — einem bekannten und unbekannten — besteht, nämlich: „wieviel niedere Einheiten bestimmter Art geben die vorliegenden höhern Einheiten?“

Der in der Formel entwickelte Ansatz lautet nun so:

Wieviel niedere Einheiten geben a höhere Einheiten, wenn eine von diesen b nächstniedere Einheiten, eine von diesen c nächstniedere, und eine von diesen d nächstniedere Einheiten giebt, und wenn d mit x gleichnamig ist. — Wäre d mit x noch nicht gleichnamig, so müßte man den Ansatz noch weiter fortsetzen. Auf diese Weise fängt man immer mit der nämlichen Be-

nennung links an, mit welcher man rechts aufhörte, und dieses so lange, bis man rechts Einheiten der nämlichen Art und Benennung hat, wie oben linker Seite.

Nach der aufgestellten Formel, und den daraus hervorgehenden Regeln macht man nun in den hieher gehörigen Reductions-Fällen die besondern Auflösungen.

§. 60.

I. Beyspiel.

Wieviel Secunden geben 48 Tage?

Auflösung.

Weil 1 Tag 24 Stunden, 1 St. 60 Minuten, 1 M. 60 Secunden hat, so erhält man nach §. 58. folgende Proportionen:

	T.		T.		St.		St.
a)	1	:	48	=	24	:	y.
	St.		St.		Min.		M.
b)	1	:	y	=	60	:	z.
	M.		M.		S.		S.
c)	1	:	z	=	60	:	x.

Oder kürzer, weil 1 Tag sich verhält zu 24 Tagen, wie 1 : 24 ꝛc.

a) 1 : 48 = 24 : y
b) 1 : y = 60 : z
c) 1 : z = 60 : x

(1. 1. 1) : 48 yz = (24. 60. 60) : xyz, und
(1. 1. 1) : 48 = (24. 60. 60) : x, und
(1. 1. 1) x = 48. 24. 60. 60. daher Reesisch:

S.	x?	48	T.
T.	1	24	St.
St.	1	60	M.
M.	1	60	S.

$$(1.1.1)\ x = 48.24.60.60$$

$$x = \frac{48.\ 24.\ 60.\ 60}{1.\ 1.\ 1.} = 48.24.60.60.$$

Also ganz wieder nach der im §. 58. aufgestellten Formel, und nach den daraus im §. 59. abgeleiteten Regeln; man hat jedesmal links mit der nämlichen Benennung angefangen, mit der man rechts aufhörte, und an der obersten Stelle links und an der untersten Stelle rechts hat man Einheiten der nämlichen Benennung — nämlich Secunden —; weil nun der Ansatz so lautet:

Wieviel Secunden geben 48 Tage, wenn 1 Tag 24 Stunden, 1 St. 60 Minuten, und 1 M. 60 Secunden hat? Das Product der rechtsstehenden Zahlen wird mit dem Producte der linksstehenden dividirt, wie in der Formel, wo x = abcd, man erhält, x = 4147200 Secunden.

II. Beyspiel.

Wieviel Linien im Decimal-Maaße geben 480 baierische Klafter?

Auflösung.

Nach den §§. 58. und 59 setze man an:

Wieviel Linien geben 480 baierische Klafter, — wenn 1 K. 6 Fuß, 1 Fuß 10 Zolle, 1 Zoll, 10 Linien hat?

L.	x?	480	Kl.
Kl.	1	6	F.
F.	1	10	Z.
Z.	1	10	L.

$$x(1.1.1) = 480.6.10.10$$

$$x = \frac{480.\ 6.\ 10.\ 10}{1.\ 1.\ 1} = 480.\ 6.\ 10.\ 10.$$

$x = 288000$ soviel Linien geben 480 baierische Klafter.

Kömmt links anstatt „1“ eine andere Zahl zu stehen, so bleibt die Auflösung ganz die nämliche, nur muß dann das Product der rechtsstehenden Zahlen durch jenes der linksstehenden wirklich dividirt werden, wie man ersehen wird aus dem nachstehenden

III. Beyspiele.

Wieviel Heller geben 24 Mard'ors, wenn 3 von diesen 22 fl. geben, 1 fl. 60 kr. und 1 kr. 8 Heller hat?

Nach den im §. 59. aufgestellten Regeln, erhält man in Reesischer Form diesen Ansatz:

Heller	x?	24	M.
M.	3	22	fl.
fl.	1	60	kr.
kr.	1	8	Heller

$$3\,x = 24.\ 22.\ 60.\ 8.$$

$$x = \frac{24.\ 22.\ 60.\ 8}{3}.$$

$$x = \frac{8.\ 22.\ 60.\ 8}{1} = 8.\ 22.\ 60.\ 8.$$

Es geben also 24 Mard'ors $x = 84480$ Heller.

Auf eine ähnliche Weise verfahre man bey allen Beyspielen dieser Art.

b.

Zusammengesetzte Reductionen niederer gegebener Einheiten auf entfernt höhere Einheiten.

§. 61.

In Gemäßheit des in den §§. 57. und 58. Gesagten drücke:

1) a die Summe der gegebenen niedern Einheiten aus, und b von diesen jene Summe, welche einer der nächsthöhern Einheiten gleich und entsprechend ist, und x drücke die Summe der nächsthöhern Einheiten aus, welche gleich a ist; daher nach §. 53.

a) $b : a = 1 : x$.

2) c drücke die Summe der Einheiten von x aus, welcher eine Einheit der nächsthöhern gleich und entsprechend ist, und y drücke die Summe der nämlichen nächsthöhern Einheiten aus, welcher entsprechend und gleich ist die Summe „x"; man erhält:

b) $c : x = 1 : y$.

3) Eben so drücke d eine Summe der Einheiten von y aus, welcher eine wieder der nächsthöhern correspondirend und gleich ist, und e drücke die Summe jener höhern Einheiten aus, welcher entsprechend und gleich ist die Summe y; man erhält die Proportion

c) $d : y = 1 : e$.

4) Dieses Verfahren setze man so lange fort, bis die Einheiten des zweylen Verhältnisses einer Proportion gleichnamig sind mit der gesuchten Summe der entfernt höhern Einheiten, welche der Aufgabe gemäß den gegebenen niedern Einheiten entsprechend und gleich ist, — und alle auf diese Weise erhaltene Proportionen verwandle man durch Multipliciren in eine:

$$\begin{array}{ll} a) & b : a = 1 : x \\ b) & c : x = 1 : y \\ c) & d : y = 1 : e \end{array}$$

$$bcd : axy = (1.1.1) : exy.$$

$$bcd : a = 1.1.1 : e$$

$$(bcd)\,e = a\,(1.1.1).$$

e?	a
b	1
c	1
d	1

$$e = \frac{a.\,1.\,1.\,1}{bcd}.$$

Weil x durch Division der beiden Hinterglieder mit xy verschwunden ist, so kann man, wie gewöhnlich, das Unbekannte, anstatt mit e, mit x bezeichnen, wo nun

$$x = \frac{a.\,1.\,1.\,1}{bcd} = \frac{a}{bcd}.$$

§. 62.

Für den Reesischen Ansatz ergeben sich nun folgende Regeln:

1) Links setze man das Unbekannte e oder x — die gesuchte Summe der entfernt höhern

Einheiten —, rechts hinüber setze man die gegebene Summe der niedern Einheiten „a“, welche auf die entfernt höhern reducirt werden sollen.

2) Links setze man b — die Summe der mit a gleichnamigen Einheiten —, welche eine der nächst höhern Einheiten giebt, und rechts hinüber setze man 1.

3) Links setze man c — die Summe der mit der vorigen gleichnamigen Einheiten —, und rechts hinüber 1 als die höhere Einheit, welcher c gleich ist.

4) Links setze man d — die Summe der mit der vorigen gleichnamigen Einheiten, und rechts hinüber setze man 1.

5) Auf die nämliche Weise fange man immer links mit den nämlichen Einheiten — mit Einheiten der nämlichen Benennung — an, mit denen man rechts aufhörte, bis man zuletzt Einheiten rechts zu stehen bekömmt, die mit den oben linksstehenden gleicher Art und Benennung sind (§. 59.).

§. 63.

I. Beyspiel.

Wie viel Tage geben 4147200 Secunden (§. 60.)?

Nach §. 61.

$$\begin{array}{l} \text{a) } b:a = 1:x,\ \overset{\text{S.}}{60}:\overset{\text{S.}}{4147200} = \overset{\text{M.}}{1}:\overset{\text{M.}}{x} \\ \text{b) } c:x = 1:y,\ \overset{\text{St.}}{60}:\overset{\text{St.}}{x} = 1:y \\ \text{c) } d:y = 1:e,\ \overset{\text{T.}}{24}:\overset{\text{T.}}{y} = 1:e \end{array}$$

$bcd : axy = 1.1.1 : xye$, und

$(60.60.24) : 4147200\,xy = (1.1.1) : xye$

$e\,(bcd) = 1.1.1.a$, und

$(60.60.24)\,e = 4147200.\ 1.1.1.$

und Reesisch angesetzt:

T. e oder x?	4147200 S.
S. 60	1 M.
M. 60	1 St.
St. 24	1 T.

$(24.6.6)\ x = 41472$

$$x = \frac{41472}{24.\ 6.\ 6} = \frac{41472}{864} = 48.$$

Also geben 4147200 Secunden 48 Tage, wodurch man zugleich die Probe der im §. 60. gegebenen Aufgabe hat.

II. Beyspiel.

Wie viel baierische Klafter geben 288000 Linien (§. 60.)?

Kl. x?	288000 Lin.
L. 10	1 Z.
Z. 10	1 F.
F. 6	1 Kl.

$6\,x = 2880.\ 1.\ 1.\ 1.$

$$x = \frac{2880}{6} = 480.$$

So geben wieder 288000 Linien 480 Klafter.

III. Beyspiel.

Wieviel baierische Mard'ors geben 84480 Heller (§. 60.)?

M.	x?	84480 Heller
H.	8	1 kr.
kr.	60	1 fl.
fl.	22	3 M.

$$x = \frac{8448. 3. 1. 1}{8. 6. 22.}$$

$$x = \frac{528}{22} = 24.$$

Also geben 84480 Heller 24 baierische Mard'ors.

V.

Aufgaben, in welchen die eben angeführten Reductions-Fälle vorkommen.

§. 64.

Die Regeldetri, mithin auch der Reesische Ansatz, in wie ferne er sich mit den Aufgaben derselben befaßt, beschränkt sich bloß allein auf jene Aufgaben, wo die unbekannten Größen mittels des Verhältnisses gefunden werden, das sie mit gewißen gegebenen Größen haben.

Somit können hier nur solche Größen in Anschlag genommen werden, die (§. 5.) ihrer Natur nach so beschaffen sind, daß sie durch die

Vergleichung wechselseitig bestimmt werden können, d. h., es kann hier nur von solchen Dingen die Rede seyn, die als Größen betrachtet in einem mathematischen Verhältnisse stehen können.

Auch die Anwendung der geometrischen Proportions-Lehre findet nur dann Statt, wenn ich theils aus der Natur der Dinge selbst, theils aus erwiesenen Lehrsätzen weiß, daß dieselben so beschaffen sind, daß immer zwey beliebige Theile der einen Größe A mit den beiden correspondirenden Theilen der Größe B eine geometrische Proportion bilden (§§. 9. 10.). Von jenen Fällen ist hier die Rede nicht, wo das Verhältniß der Größen aus andern, als aus den im II. Abschnitte vorgetragenen Lehrsätzen erkannt werden muß, wie dieses z. B. in der Longimetrie, Planimetrie ꝛc. der Fall ist.

Es müssen daher immer die Glieder des nämlichen Verhältnisses gleichartig, d. i., Dinge der nämlichen Art seyn, weil sie Theile einer und der nämlichen Größe A sind, damit sie mit den correspondirenden Theilen der Größe B proportionirt seyn können, weil nur das Verhältniß gleichartiger, durch einerley Maaß bestimmter Größen auf das Verhältniß bloßer Zahlen reducirt werden kann, wo dann, da die Vergleichung durch Division geschieht, jedes Glied des Verhältnisses ein Vielfaches oder ein aliquoter Theil des andern ist.

Deßwegen kann folgende Aufgabe nicht

durch die Anwendung der Proportionslehre gelöset werden:

Wenn 1 Stein in 1 Secunde im freyen Falle 15 Fuß zurücklegt, wie weit fällt derselbe in 6 Secunden?

Ich kann nun nicht sagen, daß der Stein in 2 Secunden 2 mal 15 Fuß rc. fallen wird. Weil die Bewegung gleichförmig beschleuniget wird, so bilden seine während einer bestimmten Anzahl Secunden durchlaufenen Räume eine arithmetische Reihe, die Zeiten stehen also mit den Räumen weder in einem geraden, noch in einem verkehrten, mithin in gar keinem mathematischen Verhältnisse, und bilden daher auch gar keine geometrische Proportion; ich kann nicht sagen: 1 Secunde verhält sich zu 6 Secunden, wie der Raum, den der Stein in einer Secunde durchläuft zu demjenigen, den er in 6 Secunden durchläuft.

Gleichwie auch diese Aufgabe durch die Regeldetri nicht gelößt werden kann:

Eine Maaß Bier kostet 4 kr., wie viel Kreutzer kosten 4 Ellen Tuch?

Diese beiden Dinge sind ungleichartig — ganz heterogen —, können nie als Theile einer und der nämlichen Größe A betrachtet werden, und stehen auch ihrer Natur nach in keiner solchen wechselseitigen Verbindung, daß mittels der Vergleichung eines durch das andere bestimmt werden könnte.

§. 65.

Wenn aber auch die Größen gleichartig sind, z. B. Waare und Waare der nämlichen Sorte, Kapital und wieder Kapital, Gewicht und wieder Gewicht, eine Summe Geldes und wieder Geld ꝛc., so werden sie doch in den vorkommenden Aufgaben nicht selten unter verschiedenen Benennungen ausgedrückt; z. B. die reellen und fingirten Rechnungs-Münzen, sind sowohl in verschiedenen Ländern, als auch in einem und dem nämlichen Lande äusserst verschieden; ich kann daher die nämliche Summe Geldes unter der Benennung von Carolin's, Maxd'ors, Gulden, Kreutzern ꝛc. ausdrücken. Das Nämliche gilt vom Gewichte, den verschiedenen Längen-Maaßen ꝛc. ꝛc.

Die Größen nun, welche zwar gleichartig sind, aber noch unter einer verschiedenen Benennung, also nicht als Theile einer und der nämlichen Größe ausgedrückt werden, heißen ungleichnamig; z. B. 6 Gulden, und 8 Kreutzer, dann 12 Centner und 24 Loth. —

Im Gegentheile heißen die gleichartigen Größen gleichnamig, wenn sie zugleich eine und die nämliche Benennung haben, und daher als Theile einer und der nämlichen Größe dargestellt werden; z. B. 48 fl. und 100 fl. Kapital, 6 Ellen und 12 Ellen der nämlichen Waare.

Alle gleichartige, ungleichnamige benannte Zahlen sind implicite in diesem Sinne auch gleichnamig, weil sie durch Hülfe der Reduc-

tionen jederzeit gleichnamig gemacht werden können; man heißt sie aber nur dann gleichnamig, wenn sie wirklich die nämliche Benennung haben; z. B. ich habe eine Summe von Gulden und Kreutzern, so kann ich die Gulden zu Kreutzern, oder aber diese zu Gulden machen, immer werden die gleichartigen Größen auch gleichnamig werden.

§. 66.

Weil durch die Berechnung aus gegebenen Zahlen gewiße unbekannte Zahlen gefunden werden müssen, und die Theorie der Verhältnisse und Proportionen sich im Allgemeinen nur mit Zahlen beschäftiget, so müssen alle geometrischen Verhältnisse gleichartiger Größen auf das Verhältniß bloßer Zahlen reducirt werden; weil sonst dasjenige nicht in Anwendung gebracht werden könnte, was überhaupt von den Verhältnissen und Proportionen der Zahlen als richtig und allgemein giltig erwiesen ist.

Um aber das ebenbenannte geometrische Verhältniß zweyer gleichartiger Größen auf das Verhältniß bloßer Zahlen zu bringen, ist unumgänglich nothwendig, die ungleichnamigen Größen durch Reduciren gleichnamig zu machen.

Deshalb müssen bey den Aufgaben der Regeldetri, sobald in der Bedingung Größen gegeben sind, die nicht gleichnamig sind, diese letztern gleichnamig gemacht werden.

Dieses wird auf eine zweyfache Weise be-

werkstelliget, wenn man entweder, sobald man die Aufgabe vor sich hat, die gehörigen Reductionen vornimmt, und dann nach dem IV. Abschnitte die Auflösung macht; die erste Arbeit wäre eine bloße Vorbereitung zu der dann auszuführenden Auflösung; oder aber man kann im Reesischen Ansatze das Reduciren mit der Auflösung der gegebenen Aufgabe verbinden, und in dem nämlichen Ansatze beide Verrichtungen zugleich vornehmen.

Dieses Letztere betreffend werde ich nun in Formeln die allgemeine Auflösung für die beiden möglichen Fälle geben, wo niedere Einheiten auf höhere, oder aber höhere Einheiten auf niedere zu reduciren sind.

A.

Für jene Fälle, wo die Bedingungsglieder Einheiten niederer Ordnung sind, und man den Werth für eine gegebene Summe höherer Einheiten sucht.

§. 67.

Es geschieht nicht selten, daß man in der vorausgesetzten Bedingung Einheiten niederer Art giebt, und man gemäß den Fraggliedern das Resultat in höhern Einheiten verlangt; z. B. wenn 1 Loth Caffee 4 Heller kostet, wieviel Gulden kosten 4 Centner?

Dergleichen Beyspiele gehören zur zusammengesetzten geraden Regeldetri, weil die Glie-

der nicht bloß gleichartig, sondern auch gleichnamig seyn müssen (§. 66.), wo dann, wenn gleich anfangs in der Bedingung nur 3 Größen gegeben sind, durch Einschaltung der benöthigten Reductionen das letzte Verhältniß ein zusammengesetztes Verhältniß wird, da mehrere Proportionen zusammengesetzt werden müssen.

§. 68.

Um dafür nun die allgemein giltige Regel zu entwickeln, drücke x die zu suchende Summe höherer Einheiten aus, und a die bekannte Summe, welcher das Unbekannte correspondirend ist.

2) Nun reducire man die höhern Einheiten a auf die nächstniedern, wovon b gleich ist einer der höhern Einheiten a:

a) $1 : a = b : x$. (§. 50.).

3) Diese Einheiten x reducire man auf die nächstniedern, wovon c gleich einer der Einheiten x.

b) $1 : x = c : y$.

4) Dieses Verfahren setze man nach der im §. 58. gegebenen Anleitung so lange fort, bis man Einheiten erhält, die mit den in der Bedingung gegebenen gleichnamig sind, und zu diesen suche man den entsprechenden Werth, der für eine oder mehrere in der Bedingung gegebene Einheiten bekannt ist, und gleich d gesetzt werden kann.

c) $1 : y = d : z$. (§. 18.).

5) Nun diese niedern Einheiten z reducire

man auf die nächsthöhern, und diese wieder auf die nächsthöhern, bis man in einem zweyten Verhältnisse Einheiten e bekömmt, die mit der durch die Aufgabe benannten Summe von Einheiten gleichnamig sind. —

d) $f : z = 1 : \varphi$.
e) $g : \varphi = 1 : e$.

6) Nun alle vorhandene Proportionen verwandle man in eine:

a) $1 : a = b : x$.
b) $1 : x = c : y$.
c) $1 : y = d : z$.
d) $f : z = 1 : \varphi$.
e) $g : \varphi = 1 : e$.

$$(1.1.1.f.g) : axyz\varphi = (bcd.1.1) : xyz\varphi e$$
$$(1.1.1.f.g) : a = (bcd.1.1) : e.$$

Nun eine Gleichung:

$$(1.1.1.f.g)\, e = abcd.1.1.$$

Und diese Gleichung setzt man in Reesischer Form an:

e?	a.
1	b.
1	c.
1	d.
f	1.
g	1.

$$e \times f g = a b c d.$$

$$e = \frac{abcd}{fg}.$$

Weil durch Abkürzung x verschwunden ist, so nehme man nun x anstatt e, es ist

$$x = \frac{abcd}{fg}.$$

§. 69.

Für den Reesischen Ansatz ergeben sich daraus folgende Regeln:

1) Links setze man e oder x, rechts hinüber die höhern Einheiten a, von welchen gefragt wird.

2) Unter x setze man 1 als eine Einheit, die mit den Einheiten a gleichnamig ist, und rechts hinüber setze man die bekannte Summe niederer Einheiten b, welche einer der Einheiten a gleich und entsprechend ist; — dann setze man links wieder 1 mit b gleichnamig, hinüber rechts die correspondirende gleiche Summe niederer Einheiten c, und dieses setze man so lange fort, bis man Einheiten hat, die mit den in der Bedingung gegebenen gleichnamig sind.

3) Unter x setze man ferner f, das mit d gleichnamig ist, hinüber die entsprechende gleiche Summe höherer Einheiten 1, und dieß setze man so lange fort, bis zuletzt 1 mit e oder x gleichnamig ist.

4) Das Product der rechtsstehenden Zahlen dividirt man mit dem Producte der linksstehenden Zahlen.

§. 70.

I. Beyspiel.

Wie viel Gulden kosten 14 Centner, wenn 1 Quintl 1 1/2 = 3/2 Heller kostet?

Auflösung.

1) Links setze man x? — wie viel Gulden —, rechts hinüber 14 Centner, weil von diesen der Werth gesucht wird;

2) Links setze man 1 Centner = 1, hinüber 100 ℔ = b als das entsprechende Gleiche; — ferner links 1 ℔ mit 100 ℔ = b gleichnamig, hinüber 32 Loth = c.

3) Links 1 Loth, hinüber das gleiche Entsprechende d = 4 Quintl — nun wieder links 1 Quintl = 1 mit 4 Quintl gleichnamig, und hinüber 1 1/2 = 3/2 Heller.

4) Links setze man 8 Heller = f, die mit dem vorigen gleichnamig sind, hinüber das correspondirende Gleiche 1 kr. = 1. Dieses setzet man so lange fort, bis man rechts Gulden hat, die mit dem Unbekannten „e oder x“ gleichnamig sind.

x?	a.	fl.	x?	14	C.
1	b.	C.	1	100	℔.
1	c.	℔.	1	32	L.
1	d.	L.	1	4	Q.
f	1.	Q.	1	3/2	H.
g	1.	H.	8	1	Kr.
		Kr.	60	1	fl.

$$x = \frac{abcd}{fg}, \quad x = \frac{14 \cdot 100 \cdot 32 \cdot 4 \cdot 3/2}{8 \cdot 60}.$$

Oder aber man verkleinere auf die bekannte Weise mit 10, 8, 3, 2, 2, nachdem vorher der Bruch aufgehoben worden ist:

x	14.
1	10.
1	4.
1	1.
1	1.
1	1.
1	1.

$$x = 14.10.4 = 560.$$

Also kosten in der vorausgesetzten Bedingung 14 Centner 560 fl.

Wollte man den im Allgemeinen gegebenen Beweis in diesem einzelnen Falle wiederholen, so müßte man folgende Proportionen ansetzen, sie in eine Proportion verwandeln, und dann die zusammengesetzte Proportion in eine Gleichung setzen, und dieser die Reesische Form geben:

	C.	C.	℔.	℔.
a)	1 :	14 =	100 :	x
	℔.	℔.	L.	L.
b)	1 :	x =	32 :	y
	L.	L.	Q.	Q.
c)	1 :	y =	4 :	z
	Q.	Q.	H.	H.
d)	1 :	z =	$^3/_2$:	φ
	H.	H.	kr.	kr.
e)	8 :	φ =	1 :	π
	kr.	kr.	fl.	fl.
f)	60 :	π =	1 :	e.

Kürzer, wenn man bey jedem Verhältnisse die oben stehenden Benennungen wegläßt:

a) $1 : 14 = 100 : x.$

b) $1 : x = 32 : y.$

c) $1 : y = 4 : z.$

d) $1 : z = 3/2 : \varphi.$

e) $8 : \varphi = 1 : \pi.$

f) $60 : \pi = 1 : e.$

$$(1.1.1.1.8.60) : 14xyz\varphi\pi = (100.32.4.3/2.1.1) : xyz\varphi\pi e.$$

$$(1.1.1.8.60)\,e = 14\,(100.32.4.3/2.1.1.)$$

Nimmt man anstatt e den Buchstaben x, und setzt man die Gleichung in der Reesischen Form an, so erhält man den nämlichen vorigen Ansatz.

II. Beyspiel.

Wie viel Gulden kosten 12 baierische Schäffel, wenn 4 halbe Dreyßger 15 kr. kosten?

Auflösung.

Man setze nach §. 69. auf folgende Weise diese Aufgabe an:

Wie viel Gulden — x? — kosten 12 Schäffel; wenn 1 Schäffel 6 Metzen, 1 Metzen 2 Viertl, 1 Viertl 2 halbe Viertl, 1/2 Viertl 2 Viertling, 1 Viertling 2 halbe Viertling, 1/2 Viertling 2 Dreyßger, 1 Dreyßger 2 halbe Dreyßger hat, und 4 halbe Dreyßger 15 kr. kosten, und 60 kr. 1 fl. geben?

fl.	x?	12	Sch.
Sch.	1	6	M.
M.	1	2	Viertl
V.	1	2	halbe V.
halb V.	1	2	Viertling
V.	1	2	h. V.
halb V.	1	2	Dr.
Dr.	1	2	h. Dr.
h. Dr.	4	15	kr.
kr.	60	1	fl.

Wenn man mit 15, und viermal mit 2 verkleinert, so erhält man:

x	12
1	6
1	2
1	2
1	1
1	1

$x = 12.6.2.2 = 288.$

Also kosten 12 baier. Schäffel in der vorausgesetzten Bedingung 288 fl.

B.

Für jene Fälle, wo die Bedingungsglieder Einheiten höherer Ordnung sind, und man den Werth für eine gegebene Summe niederer Einheiten sucht.

§. 71.

Es geschieht auch öfters, daß man in der

vorausgesetzten Bedingung Einheiten höherer Ordnung giebt, und gemäß den Fraggliedern man das Resultat in niedern Einheiten verlangt. — Beyspiele dieser Art gehören nach dem im §. 67. angeführten Grunde zur zusammengesetzten geraden Regeldetri.

1) x drücke die nun zu suchende Summe der nächstniedern Einheiten aus, und a die correspondirende gleiche Größe — dann b sey mit a gleichnamig, und die Summe der Einheiten, welche die nächsthöhere = 1 giebt:

a) $b : a = 1 : x$. (§. 61.)

2) c sey mit x gleichnamig, und die Summe, welche abermal die nächsthöhere Einheit = 1 giebt, und y sey das x entsprechende Gleiche:

b) $c : x = 1 : y$.

3) d sey mit y gleichnamig, und die Summe, die wieder die nächsthöhere Einheit = 1 giebt, und z das y entsprechende Gleiche:

c) $d : y = 1 : z$.

Dieß setze man fort, bis man höhere Einheiten hat, die mit den in der Bedingung gegebenen gleichnamig sind.

4) f drücke die bekannte Summe aus, welcher der bekannte Werth = g entspricht, und φ den Werth, der den Einheiten z entspricht:

d) $f : z = g : \varphi$.

5) m drücke die Summe der nächstniedern Einheiten aus, die gleich einer Einheit von φ ist, und π das den Einheiten φ entsprechende Gleiche:

e) $1 : \varphi = m : \pi$.

6) n drücke die Summe der nächstniedern Einheiten aus, welche gleich ist einer Einheit von π, und e die π entsprechenden Einheiten:

f) $1 : \pi = n : e.$

Ist e gleichnamig mit der durch die Aufgabe benannten Summe von Einheiten, dann ist der Ansatz beendet.

7) Nun setze man alle Proportionen in eine Proportion:

a) $b : a = 1 : x.$
b) $c : x = 1 : y.$
c) $d : y = 1 : z.$
d) $f : z = g : \varphi.$
e) $1 : \varphi = m : \pi.$
f) $1 : \pi = n : e.$

$$(b\,c\,d\,f.\,1.\,1) : a\,x\,y\,z\,\varphi\,\pi = (1.\,1.\,1.\,g.\,m.\,n) : x\,y\,z\,\varphi\,\pi\,e.$$

$$(b\,c\,d\,f.\,1.\,1) : a = (1.\,1.\,1.\,g.\,m.\,n.) : e.$$

$$(b\,c\,d\,f.\,1.\,1)\,e = a\,(1.\,1.\,1.\,g.\,m.\,n.)$$

Und die Gleichung Reesisch angesetzt:

e? oder x?	a.
b	1.
c	1.
d	1.
f	g.
1	m.
1	n.

$$b\,c\,d\,f\,x = a\,g\,m\,n$$

$$x = \frac{a\,g\,m\,n}{b\,c\,d\,f}.$$

Um

Um nun e oder x zu finden, dividire man das Product der rechtsstehenden Zahlen mit dem Producte der linksstehenden.

§. 72.

Für den Reesischen Ansatz ergeben sich deßwegen folgende Regeln:

1) Links setze man e oder x, rechts hinüber a, von welcher Größe gefragt wird; unter x setze man b mit a gleichnamig, hinüber die nächsthöhere Einheit, welche mit b gleich und entsprechend ist; — Links c, d, und f, die allezeit mit den vorhergehenden gleichnamig sind, und denen 1, 1, und g gleich und entsprechend sind; — ist g nun die in der Bedingung gegebene Einheit, dann ist gleichsam der Ansatz zur Hälfte beendet.

2) Links setze man ferner 1 mit g, und 1 mit m gleichnamig, hinüber m, und n, welche allezeit mit den höhern linksstehenden Einheiten dem Werthe nach gleich und denselben correspondirend sind.

Ist n mit x gleichnamig, dann ist der Ansatz beendet.

§. 73.

I. Beyspiel.

Wieviel Heller kostet 1 Quintl, wenn 14 Centner 500 fl. kosten (§. 70.)?

Auflösung.

1) Links setze man x? — wieviel Hel-

ler? —, rechts hinüber setze man 1 Quintl = a, welchem x Heller gleich und entsprechend sind.

2) Die Quintl macht man zu Loth, diese zu Pfund, und diese zu Centner, da die Bedingung in den Centnern gegeben ist, und man sagt: wenn 4 Quintl 1 Loth, und 32 Loth 1 ℔, und 100 ℔ 1 Centner geben, während zugleich 4, 32, und 100 links, und 1, 1, 1, rechts gesetzt werden.

3) Nun fährt man im Ansatze fort, und sagt: wenn 14 Centner nach der Bedingung 560 fl. kosten, 1 fl. 60 kr., und 1 kr. 8 Heller hat, und man setzt wieder 14, 1, 1 links, und 560, 60, und 8 rechts, wo nun 8 Heller mit x Hellern gleichnamig sind.

Man erhält folgenden Ansatz:

Heller	x?	1	Q.	
Q.	4	1	L.	
L.	32	1	℔.	
℔.	100	1	C.	(§. 72.)
C.	14	560	fl.	
fl.	1	60	kr.	
kr.	1	8	H.	

Man reducire mit 10, 10, 8, 2, 7, 4 ꝛc. so erhält man:

x?	1
4	1
1	1
1	1
1	1
1	3
1	2

$$4x = 3 . 2 = 6.$$

$$4x = 6.$$

$$x = {}^6/_4 = 1\,{}^2/_4.$$

$$x = 1\,{}^1/_2.$$

Wollte man den bey der allgemeinen Auflösung gegebenen Beweis wiederholen, so würde man folgende Proportionen anschreiben ꝛc.

Q. Q. L. L.

a) $4 : 1 = 1 : x$. (§. 71.)

L. L. ℔. ℔.

b) $32 : x = 1 : y$.

℔. ℔. C. C.

c) $100 : y = 1 : z$.

C. C. fl. fl.

d) $14 : z = 560 : \varphi$.

fl. fl. kr. kr.

e) $1 : \varphi = 60 : \pi$.

kr. kr. H. Heller.

f) $1 : \pi = 8 : e$.

Kürzer, wenn man die Benennungen wegläßt:

$$
\begin{array}{llcll}
a) & 4 & : 1 & = & 1 : x. \\
b) & 32 & : x & = & 1 : y. \\
c) & 100 & : y & = & 1 : z. \\
d) & 14 & : z & = & 560 : \varphi. \\
e) & 1 & : \varphi & = & 60 : \pi. \\
f) & 1 & : \pi & = & 8 : e.
\end{array}
$$

$$(4.32.100.14.1.1) : (1.x.y.z.\varphi.\pi) = (1.1.1.560.60.8) : x.y.z.\varphi.\pi.e.$$

$$(4.32.100.14.1.1) : 1 = (1.1.1.560.60.8) : e.$$

daher

$$e(4.32.100.14.1.1) = 1(1.1.1.560.60.8.)$$

Reessisch angesetzt, giebt den vorigen Ansatz, den man der aufgestellten Regel gemäß erhalten würde.

II. Beyspiel.

Wieviel Kreutzer kosten 4 halbe baierische Dreyßiger, wenn 12 baierische Schäffel 288 fl. kosten (§. 70.)?

Auflösung.

Nach den im §. 72. aufgestellten Regeln setze man an:

Wieviel Kreutzer kosten 4 baierische halbe Dreyßiger, wenn 2 halbe Dreyßiger 1 Dreyßiger, 2 Dreyßiger 1/2 Viertling, 2 halbe Viertling 1 Viertling, 2 Viertling 1/2 Viertl, 2 halbe Viertl 1 Viertl, 2 Viertl 1 Metzen, 6 Metzen 1 Schäffel geben, und wenn 12 Schäffel 288 fl. kosten, und 1 fl. — 60 kr. hat?

kr.	x?	4	h. Dr.
h. Dr.	2	1	Dr.
Dr.	2	1	h. B.
h. B.	2	1	B.
B.	2	1	h. B.
h. B.	2	1	B.
B.	2	1	M.
M.	6	1	Sch.
Sch.	12	288	fl.
fl.	1	60	kr.

Man reducire mit 2, 2, 2, 2, 2, 2, 6, 12 man erhält:

x	1
1	1
1	1
1	1
1	1
1	1
1	1
1	1
1	1
1	15

x = 15.

Also 4 baierische Dreyßiger kosten 15 kr.

So verfahre man nun in allen jenen Fällen, wo die bisher erwähnten Reductionen vorzunehmen sind. Mehr darüber zu sagen, dürfte überflüssig seyn, da aus dem nun Erklärten und jedesmal durch Beyspiele Erläuterten genügend erhellet, wie man sich nun bey diesen Aufgaben zu benehmen habe.

VI.

Ueber die Vortheile des Reesischen Ansatzes.

§. 74.

Bevor ich nun nach der beendeten Theorie des Reesischen Ansatzes zur Anwendung desselben auf einige practische Fälle übergehe, will ich mich noch vorhin über die Vortheile desselben erklären, um einigermaßen die Ursache anzugeben, warum ich mich bisher bemühte, denselben gänzlich in der Lehre der geometrischen Proportionen zu begründen.

Ich rede in dieser vorliegenden Abhandlung nur in so ferne von dem Reesischen Ansatze, in wie ferne derselbe auf die Aufgaben der sogenannten Regeldetri angewendet werden kann.

Die Aufgaben der Regeldetri sind aber der Art, daß sie in geometrische Proportionen gesetzt, und diese dann in Gleichungen verwandelt werden müssen, um gewiße unbekannte Größen mittels des Verhältnisses zu finden, das sie mit gewißen gegebenen bekannten Größen haben.

Die gewöhnliche Regeldetri ist nichts anderes, als der Ansatz der geometrischen Proportion, wo dann nach der bekanuten Regel „duc ternum in medium, productum divide primo“ das vierte Glied gesucht wird, indem das Product der äussern Glieder gleich ist dem Producte der mittlern Glieder, und das erste Glied, welches als eine bekannte Größe durch

Multiplication verbunden ist, von x durch Division getrennt werden muß.

§. 75.

Bey den Aufgaben der einfachen Regeldetri lassen sich die vorhandenen Brüche geschwind aufheben, und die möglichen Verkleinerungen können eben so leicht vorgenommen werden, da man schon die Form der Gleichung vor sich hat, indem durch den Ansatz selbst das Product der äussern Glieder gleich gesetzt wird dem Producte der mittlern Glieder (§. 11.).

Der erwähnte Vorbereitungs-Ansatz ist eigentlich nur ein Mittel, um die Aufgabe in einer Uebersicht vor sich zu haben, und sie gleichsam mit einem Blicke übersehen zu können, um bestimmt zu wissen, was durch die Bedingung bekannt, und was mittels derselben gesucht werden muß. Bey größern Aufgaben ist dieser Vorbereitungs-Ansatz nothwendig, bey kleinern aber nicht, weil man da leicht die ganze Aufgabe im Gedächtnisse behalten kann.

Deßwegen lasse man bey den Aufgaben der einfachen Regeldetri diesen Ansatz weg, den ich früherhin als eine nothwendige Bedingung um deswillen forderte, weil ich aus der Theorie der einfachen Regeldetri jene der zusammengesetzten für den Reesischen Ansatz entwickelte, und ich da im Grunde nichts neues vorbringen wollte, als gerade dasjenige, das sich bey der oftmaligen Wiederholung der einfachen Proportion, und

der dann folgenden Zusammensetzung mehrerer Proportionen gleichsam von selbst ergeben mußte.

Wird aus den eben angeführten Gründen der Vorbereitungs-Ansatz bey den Aufgaben der einfachen Regeldetri weggelassen, so wird die Auflösung nach dem Reesischen Ansatze wenigstens eben so bequem, wie jede andere Auflösungs-Methode seyn.

§. 76.

Bey jeder, wie immer vorkommenden Aufgabe der Regeldetri muß ich wissen:

1) den Sinn der Aufgabe, was und unter welcher Bedingung etwas durch Berechnung gefunden werden soll;

2) es muß bekannt seyn, daß die Größen zusammen in einem solchen Verhältnisse stehen, daß sie in Proportionen gesetzt werden können;

3) muß man die Aufgabe dann wirklich in eine, oder mehrere Proportionen setzen; und

4) diese in Gleichungen verwandeln, um das Unbekannte zu finden.

Die beiden ersten Puncte können beym Reesischen Ansatze nicht umgangen werden, wohl aber der dritte Punct; weiß man einmal, in welchem Verhältnisse die Größen zu einander stehen, so hat man die Proportion nicht mehr nöthig, weil man diese gleichsam voraussetzt, und unmittelbar die Gleichheit der beiderseitigen Producte ausdrückt.

§. 77.

In der Algebra suchte man von jeher das Besondere unter dem Allgemeinen zu befassen, die Regeln in Buchstaben auszudrücken, welche Ausdrücke Formeln genannt werden, um dann in den einzelnen Fällen auf eine eben so sichere, als geschwinde Weise die vorkommenden Aufgaben aufzulösen.

Nun aber habe ich für die verschiedenen Aufgaben der Regeldetri Formeln aufgestellt, diese als richtig und allgemein giltig erwiesen, daraus die Regeln abgeleitet, und nach diesen einige Beyspiele aufgelößt; ich war also weit entfernt, bloß zu sagen, man setze diese Größe links, die andere rechts, ich gab jedesmal die Gründe an, warum man gerade so, und nicht anders verfahren müsse, so, daß nun der Calculant, wenn er auf diese Weise nach dem Reesischen Ansatze rechnet, von der Richtigkeit seines Resultates eben so überzeugt seyn wird, als wenn er jedes einzelne Beyspiel nach den Lehrsätzen der Proportion und der Gleichung bearbeitet hätte.

Ich werde also nicht zu viel behaupten, wenn ich sage, daß dieser Ansatz wenigstens eben so vortheilhaft, wie jeder andere, ist, indem man durch Hülfe desselben auf eine ganz sichere und einfache Weise zum verlangten Resultate gelangt.

§. 78.

Bey den Aufgaben der zusammengesetzten

Regeldetri muß man entweder bey jeder Proportion das unbekannte Glied suchen, oder aber alle Proportionen durch Multiplication in eine verwandeln, oder man umgeht den Proportions-Ansatz, und setzt gleich unmittelbar die Aufgabe so an, daß durch Multiplication und Division das Unbekannte gefunden wird.

Das Erstere ist das Beschwerlichste, und bey practischen — im gemeinen Leben vorkommenden — Aufgaben, von denen hier ausschließlich nur die Rede seyn kann, gar nicht nothwendig, da bey dem Ansatze in Proportionen alle durch die Berechnung gefundenen Resultate durch das Verkleinern verschwinden, und doch ganz der gesetzten Bedingung gemäß das durch die Aufgabe Gesuchte gefunden wird. Daher sagt auch Spengler in seinen Anfangsgründen der Rechenkunst und Algebra ganz richtig: „Wenn eine solche Aufgabe, die zur „doppelten Regeldetri gehört, in zwo einfache „aufgelöset wird, ereignet sich nicht selten, daß „in Auflösung der ersten Frage ein Bruch her„auskömmt; da dann die Auflösung der ersten „Frage ziemlich beschwerlich wird.“

Wollte man aber alle angesetzten Proportionen, wie ich es zum Beweise der aufgestellten Regeln gethan habe, ansetzen, selbe in eine Proportion verwandeln, und dann die in zwey Gliedern des nämlichen Verhältnisses vorkommenden Größen x, y, z ꝛc. weglassen, so wäre dieß zwar bequemer als die vorhin benannte Arbeit, doch aber noch nicht die einfachste und

kürzeste Verfahrungs-Weise, da es bey derley Aufgaben eben schlechterdings nicht nothwendig ist, daß man die Proportionen ansetze, indem man allgemeine Auflösungen angiebt, bey denen alle in der Aufgabe vorkommenden Größen in eine Gleichung gesetzt werden.

§. 79.

Dieß geschieht nun eben durch den Reesischen Ansatz. Wie man die Aufgabe weiß, macht man sich den Vorbereitungs-Ansatz, setzet dann die Aufgabe Reesisch an, richtet die Brüche ein, hebt sie auf, verkleinert, und man sucht endlich den Werth von x.

Dabey arbeitet man nach Formeln, deren Richtigkeit und allgemeine Giltigkeit erwiesen ist, so daß man immer weiß, in welcher Absicht diese oder jene Veränderung vorgenommen werden müsse, und aus welchem Grunde die benöthigten Veränderungen vorgenommen werden können, ohne die Gleichheit der Ausdrücke aufzuheben, wodurch man also immer von der Richtigkeit des gefundenen Resultates überzeugt ist.

Der Reesische Ansatz giebt also, wenn man sich einmal von der Wahrheit und allgemeinen Anwendbarkeit der Regeln desselben überzeugt hat, und man sich nicht bloß mit einer mechanischen Ansetzungs-Methode begnügt, eine in mancher Hinsicht vortheilhafte Auflösung an die Hand, und man kann sich desselben bey den sogenannten Aufgaben der zusammengesetzten Re-

geldetri, die bey practischen Fällen nicht selten vorkommen, auf eine vortheilhafte Weise bedienen.

Zum Belege desjenigen, was ich nun über die Vortheile des Reesischen Ansatzes gesagt habe, will ich bloß das anführen, was Vega in Betreff desselben in seinen Vorlesungen über die Mathematik sagt.

Nachdem er die Regeln des Reesischen Ansatzes in gedrängter Kürze gegeben, und darnach im §. 205. ein etwas verwickeltes Beyspiel aufgelößt hat, setzt er die Bemerkung bey:

„Diese gegebene Auflösung der zusammenge„setzten Regeldetri, wodurch nun alle (von §. 200 „bis 204) vorgelegten Rechnungs-Fragen sehr „geschwind, und leicht zu beantworten „sind, ist dem wesentlichen nach die sogenannte „Reesische Regel, welche in manchen Büchern „auf verschiedene Arten vorgetragen wird.“

Im folgenden §. 206. benützt er ebenfalls den Reesischen Ansatz für jene Aufgaben, wo die erwähnten Reductions-Fälle vorkommen, und äussert sich dabey folgendermassen:

„Dieses ist eigentlich der Grund der so be„rühmten Ketten Regel, der sich die Kauf„leute bey der Vergleichung der Gewichte, Maaße „und Münzen, wie auch bey Wechsel Reductio„nen u. dgl., mit Vortheil bedienen.“ — Und giebt dann im Ende des §. 206. die nämliche Regel, die ich in Betreff der Reductions-Fälle aufgestellt, und als richtig erwiesen habe.

VI. Abschnitt.

Anwendung des Reesischen Ansatzes auf einige practische Fälle.

§. 80.

Es giebt Fälle, wo die Regeldetri unmittelbar nicht angewandt werden kann, wo sie aber doch gleichsam mediate zur Auflösung benützt werden muß.

Stehen die Größen theils ihrer Natur gemäß, theils den im II. Abschnitte erwiesenen 4 Lehrsätzen zufolge in einem solchen Verhältnisse, daß die Theile einer Größe mit den correspondirenden Theilen den andern proportionirt sind, dann geschieht die Auflösung nach den bisher aufgestellten Regeln.

Muß aber die Analogie der Verhältnisse anders woher erkannt und erwiesen seyn, so reicht das bisher Gesagte keineswegs zu, um die Aufgabe zu lösen; man muß schon zum voraus wissen, daß diese oder jene Proportion Statt finde, und manchmal dient die Proportion bloß dazu, um gewiße unbekannte Größen auszudrücken, die dann erst durch Hülfe der Gleichungen gefunden werden müssen.

Die bisher berührten Fälle, und die angeführten Beyspiele waren alle der Art, daß die Gleichheit der Verhältnisse theils aus den Größen selbst, theils aus den mehrmal erwähnten Lehrsätzen erkannt wurde.

Der Regeldetri, und somit auch dem Ree-

sischen Ansatze öffnet sich nun ein neues, unübersehbares Feld; — die Gleichheit der jedesmaligen beiden Verhältnisse, die eine Proportion bilden, kann auf die mannigfaltigste Weise theils aus der Natur der Dinge selbst, theils aus angenommenen positiven Bestimmungen, theils aus anderwärtig erwiesenen Lehrsätzen herrühren, und sobald diese Gleichheit der Verhältnisse da ist, so bilden die Dinge, die man als Größen betrachtet, eine geometrische Proportion, und die Auflösung geschieht mittels der angewandten geometrischen Proportions-Lehre; ob durch diesen, oder jenen Ansatz, ist eine zufällige Behandlung, die der Willkühr des Calculanten überlassen ist.

Ich will nur für einige Fälle die Anwendung machen, woraus man leicht zu ermessen im Stande seyn wird, wie man sich bey ähnlichen, zur Regeldetri gehörigen Fällen, zu benehmen habe.

A.

Gesellschafts-Regel.

a) Die einfache.

§. 81.

Die Gesellschafts-Regel hat ihre Benennung vom Worte „Gesellschaft". — Gesellschaft ist die Verbindung vernünftig sinnlicher Wesen zur Erreichung irgend eines gemeinschaftlichen Zweckes. — Daher ist Gesellschafts-Regel diejenige,

durch welche der gemeinschaftliche Gewinnst oder Verlust der Einlage gemäß vertheilet wird, die eine Gesellschaft mehrerer Personen zusammengetragen hat, um durch diese vereinte Summe einen gemeinschaftlichen Gewinnst zu erreichen.

Diese Aufgaben gehören demnach zur einfachen geraden Regeldetri, wo der Ansatz so oft wiederholt werden muß, als viel Theile x, y ꝛc. zu bestimmen sind.

§. 82.

Es sey B der gemeinschaftliche Gewinnst oder Verlust, dann a, b, c, d drücken die Einlagen der Mitglieder der Gesellschaft aus, und x, y, z, u, die diesen entsprechenden verhältnißmäßigen Theile.

Gemäß der Voraussetzung sind die Einlagen mit den correspondirenden Antheilen gerade proportionirt, der 2, 3, m, mal größern Einlage trifft auch ein 2, 3, m, mal größerer Theil, daher erhält man folgende Proportionen:

$$a : b = x : y.$$
$$b : c = y : z.$$
$$c : d = z : u.$$

Man verwechsle die mittlern Glieder:

$$a : x = b : y.$$
$$b : y = c : z.$$
$$c : z = d : u.$$

Also sind alle diese Verhältnisse unter sich gleich, d. i.

$$a : x = b : y = c : z = d : u.$$

Sind aber die Verhältnisse gleich, so ver-

hält sich die Summe aller Vorderglieder zur Summe aller Hinterglieder, wie jedes Vorderglied zu seinem Hintergliede (Mag. §. 214. II. Zus. — Vega §. 191.), d. i.

$(a+b+c+d) : (x+y+z+u) = a : x$
$= b : y = c : z = d : u.$

Nun ist aber $(x+y+z+u) = B$; denn alle Theile zusammen sind dem Ganzen gleich, also auch

1) $(a+b+c+d) : B = a : x.$
2) $(a+b+c+d) : B = b : y.$
3) $(a+b+c+d) : B = c : z.$
4) $(a+b+c+d) : B = d : u.$

Auf eine ähnliche Weise würde man fortsetzen, und mehr als 4 Proportionen ansetzen, wenn B in mehr als 4 Theile nach einem bestimmten Verhältnisse vertheilt werden müßte.

Die dadurch gefundene Regel lautet daher so:

Die Summe aller gegebenen Verhältnißzahlen $(a+b+c+d)$ verhält sich zur ganzen Zahl B, welche vertheilet werden soll, wie jede Verhältnißzahl zum treffenden proportionirten Antheile; ich nenne die Zahlen a, b, c ꝛc. die Verhältnißzahlen, weil im Verhältnisse zu diesen, da sie die Einlage bezeichnen, die Vertheilung geschehen muß.

Man verwandle die Proportionen in Gleichungen:

1) $x(a+b+c+d) = Ba = aB.$
2) $y(a+b+c+d) = Bb = bB.$
3) $z(a+b+c+d) = Bc = cB.$
4) $u(a+b+c+d) = Bd = dB.$

Die

Die Gleichungen schreibe man Reesisch an:

I.		II.	
x?	a.	y?	b.
(a + b + c + d)	B.	(a + b + c + d)	B.

$$x = \frac{a\,B}{(a+b+c+d)} \qquad y = \frac{b\,B}{(a+b+c+d)}$$

III.		IV.	
z?	c	u?	d
(a + b + c + d)	B	(a + b + c + d)	B

$$z = \frac{c\,B}{(a+b+c+d)} \qquad u = \frac{d\,B}{(a+b+c+d)}.$$

Welcher Ansatz nun ganz der nämliche, mit dem im §. 19. aufgestellten Ansatze ist; hier sind bloß die Factoren des zweyten Productes verwechselt, anstatt B a ist gesetzt worden a B ꝛc.; übrigens bildet die Summe der Verhältniß-Zahlen = a + b + c + d die bekannte Ursache = C, die zu vertheilende Zahl B ist gleichsam die bekannte Wirkung = E, welche der vorigen Ursache entspricht, und a, b, c, d sind die Ursachen, welchen die unbekannten Wirkungen x, y, z, u entsprechen.

§. 83.

Für die Gesellschafts-Rechnungen ergeben sich nun folgende Regeln:

1) Addire man alle Verhältniß-Zahlen zusammen, um die gesammte Einlage zu finden, und mache folgende Ansätze:

a) Wieviel — x? — trifft auf die Einlage a, wenn auf die gesammte Einlage, B vertheilt werden muß?

b) Wieviel — y? — trifft auf die Einlage b, wenn auf die gesammte Einlage ꝛc.?

2) Wenn man kann, so verkleinere man, und dividire dann das Product der rechtsstehenden Zahlen mit der bekannten linksstehenden Zahl, man wird die verlangten Theile x, y ꝛc. finden.

3) Zur Probe addire man alle diese gefundenen Zahlen, ihre Summe muß genau der Zahl B gleich seyn, welche nun nach dem bestimmten Verhältnisse vertheilt worden ist (§. 41.).

§. 84.

Beyspiel.

Drey Kaufleute gewinnen in der Handlung 4000 fl., der erste hat dazu 10000 fl., der zweyte 7000 fl., der dritte 3000 fl. gegeben; — wieviel gebühret jedem seiner Einlage gemäß (Mag. §. 272.)?

Auflösung.

1) Die Verhältniß-Zahlen sind 10000, 7000 und 3000, denn im Verhältnisse zu diesen Einlagen muß die Vertheilung des gemeinschaftlichen Gewinnstes geschehen; diese addirt man nun, daher ist $(a + b + c) = 10000 + 7000 + 3000 = 20000$.

2) Und man setze nun an:

a) Wieviel Gewinnst trifft auf die Einlage des ersten Kaufmannes, da auf die gesammte Einlage von 20000 ein Gewinnst von 4000 zu vertheilen ist?

b) Wieviel Gewinnst trifft auf die Einlage von 7000, da auf die gesammte Einlage ꝛc.?

Man erhält nach den im §. 82. aufgestellten Formeln I, II, und III, nachstehende Ansätze in Reesischer Form:

I.

x?	10000
20000	4000

$$2x = 4000$$

$$x = \frac{4000}{2} = 2000.$$

II.

y?	7000.
20000	4000.

$$2y = 7.400 = 2800.$$

$$y = \frac{2800}{2} = 1400.$$

III.

z?	3000.
20000	4000.

$$2z = 3.400 = 1200.$$

$$z = \frac{1200}{2} = 600.$$

Also gebührt dem ersten seiner Einlage gemäß der Gewinnst $x = 2000$ fl.; dem zweyten $y = 1400$ fl., dem dritten $z = 600$ fl.

Probe.

Weil $x + y + z$ gleich seyn muß dem gesammten Gewinnste B, so addire man die Partial-Gewinnste x, y, und z zusammen:

$$\begin{aligned} x &= 2000 \\ y &= 1400 \\ z &= 600 \\ \hline x + y + z &= 4000 \text{ fl.} \end{aligned}$$

Man erhält 4000 fl. = B, also ist die vorgenommene Berechnung richtig. (§. 41. Nro. 3.).

b) Zusammengesetzte Gesellschafts-Regel.

§. 85.

Zusammengesetzte Gesellschafts-Regel nenne ich diejenige, wo nebst dem Verhältnisse der Einlage eines jeden auch die Zeit mit in Anschlag genommen wird. Sind die Zeiten verschieden, so richtet sich der Antheil eines jeden auch nach der Zeit, binnen welcher seine beygetragene Einlage zum gemeinschaftlichen Gewinnste mitwirkte, und jene steht ebenfalls mit dem Gewinnste im geraden Verhältnisse.

Die Entwicklung der Formeln für die Auflösung solcher Beyspiele gehört zur zusammengesetzten geraden Regeldetri, die Anwendung der einmal aufgestellten Regel gehört zur einfachen, die so oft wiederholt werden muß, als viele Proportional-Theile zu finden sind.

§. 86.

1) A gebe als Einlage $= a$, und gewinne $= x$, in der Zeit $= o$.
2) B gebe als Einlage $= b$, in der Zeit $= p$, gewinne $= y$.
3) C gebe als Einlage $= c$, in der Zeit $= q$, und gewinne $= z$.

	Einlage.	Zeit.	Gewinnst.
A.	a,	o,	x.
B.	b,	p,	y.
C.	c,	q,	z.

Der gemeinschaftliche Gewinnst sey gleich D.

Nach dem Gesagten:

a)

$$a : b = x : u$$
$$o : p = u : y$$
$$ao : bp = ux : uy.$$
$$ao : bp = x : y.$$

denn:

$$o : o = u : u$$
$$o : \frac{n}{m} o = u : \frac{n}{m} u,$$

ist nun $p = \frac{n}{m} o$. dann ist auch $y = \frac{n}{m} u$; weil aber $\frac{n}{m}$ ein allgemeiner Ausdruck ist, so ist $p = \frac{n}{m} o$, also ist auch $y = \frac{n}{m} u$ (§. 30.) folglich ist die obenangesetzte Proportion richtig, $o : p = u : y$.

b)

$$b : c = y : \varphi$$
$$p : q = \varphi : z$$
$$bp : cq = \varphi y : \varphi z.$$
$$bp : cq = y : z.$$

denn:

$$p : p = \varphi : \varphi$$
$$p : \frac{n}{m} p = \varphi : \frac{n}{m} \varphi.$$

wenn $q = \frac{n}{m} p$.

dann ist $z = \frac{n}{m} \varphi$.

und

$$p : q = \varphi : z.$$

c)

Man verwechsle in den beiden erhaltenen Proportionen die Glieder:

a) $ao : bp = x : y.$
b) $bp : cq = y : z.$

$$ao : x = bp : y.$$
$$bp : y = cq : z.$$ daher

$$ao : x = bp : y = cq : z;$$

also sind diese Verhältnisse gleich.

d)

Deßwegen (§. 82.)

1) $(ao + bp + cq) : (x + y + z) = ao : x.$
2) $(ao + bp + cq) : (x + y + z) = bp : y.$
3) $(ao + bp + cq) : (x + y + z) = cq : z.$

Nun ist $(x + y + z) = D$, also

1) $(ao + bp + cq) : D = ao : x.$
2) $(ao + bp + cq) : D = bp : y.$
3) $(ao + bp + cq) : D = cq : z.$

Man verwandle die Proportionen in Gleichungen:

1) $x(ao + bp + cq) = D \times ao = ao \times D.$
2) $y(ao + bp + cq) = D \times bp = bp \times D.$
3) $z(ao + bp + cq) = D \times cq = cq \times D.$

Diese setze man Reesisch an:

I.

$$\frac{x? \mid ao.}{(ao + bp + cq) \mid D.}$$

$$x = \frac{ao \, . \, D}{(ao + bp + cq)}$$

II.

$$\frac{y? \mid bp.}{(ao + bp + cq) \mid D.}$$

$$y = \frac{bp \, . \, D}{(ao + bp + cq)}.$$

III.

$$\frac{z? \mid cq.}{(ao + bp + cq) \mid D.}$$

$$z = \frac{cq \, . \, D}{(ao + bp + cq)}.$$

§. 87.

Will man sich für diese Aufgaben die Formeln rücksichtlich jener Fälle, wo D in 4 Theile zu vertheilen ist, entwickeln, so verfahre man auf die nämliche Weise:

	Einlage.	Zeit.	Gewinnst.
A.	a,	o,	x.
B.	b,	p,	y.
C.	c,	q,	z.
D.	d,	r,	u.

a)

$$\frac{\begin{array}{l} a : b = x : \varphi \\ o : p = \varphi : y \end{array}}{ao : bp = \varphi x : \varphi y.} \quad 1)\; ao : bp = x : y.$$

b)

$$\frac{\begin{array}{l} b : c = y : \pi \\ p : q = \pi : z \end{array}}{bp : cq = \pi y : \pi z} \quad 2)\; bp : cq = y : z.$$

c)

$c : d = z : w$
$q : r = w : u$

$cq : dr = wz : wu$ 3) $cq : dr = z : u.$

d)

Man verwechsle die Glieder:

1) $ao : bp = x : y.$ $ao : x = bp : y.$
2) $bp : cq = y : z.$ $bp : y = cq : z.$
3) $cq : dr = z : u.$ $cq : z = dr : u.$

also:

$ao : x = bp : y = cq : z = dr : u.$

1) $ao + bp + cq + dr) : (x + y + z + u) = ao : x.$
2) — : — $= bp : y.$
3) — : — $= cq : z.$
4) — : — $= dr : u.$

e)

In Gleichungen gesetzt, nachdem $(x + y + z + u) = D$ gesetzt worden ist.

1) $(ao + bp + cq + dr) : D = ao : x.$
2) — $: D = bp : y.$
3) — $: D = cq : z.$
4) — $: D = dr : u.$

1) $x (ao + bp + cq + dr) = D \times ao = ao \times D.$
2) $y (ao + bp + cq + dr) = D \times bp = bp \times D.$

3) $z\,(ao + bp + cq + dr) = D \times cq$
$= cq \times D.$

4) $u\,(ao + bp + cq + dr) = D \times dr$
$= dr \times D.$

f)

Reesisch angesetzt:

I.

x?	ao.
(ao + bp + cq + dr)	D.

$$x = \frac{ao \,.\, D}{(ao + bp + cq + dr)}$$

II.

y?	bp.
(ao + bp + cq + dr)	D.

$$y = \frac{bp \,.\, D}{(ao + bp + cq + dr)}.$$

III.

z?	cq.
(ao + bp + cq + dr)	D.

$$y = \frac{cq \,.\, D}{(ao + bp + cq + dr)}.$$

IV.

u?	dr.
(ao + bp + cq + dr)	D.

$$u = \frac{dr \,.\, D}{(ao + bp + cq + dr)}.$$

Auf die nämliche Weise könnte man die Formeln für jene Fälle entwickeln, wo D in mehr als 4 Theile vertheilt werden müßte.

§. 88.

Für den Reesischen Ansatz ergeben sich daraus folgende Regeln:

1) Multiplicire man jede Einlage mit der Zeit, binnen welcher sie zum gemeinschaftlichen Gewinnste mitwirkte, die erhaltenen Producte sind nun die Verhältniß-Zahlen, nach welchen die Vertheilung geschieht.

2) Diese Producte — Verhältniß-Zahlen — addire man zusammen, und mache folgende Ansätze:

a) Auf die gesammte Summe der Verhältniß-Zahlen trifft der ganze Gewinnst D, wieviel trifft auf die erste Verhältniß-Zahl?

b) Wieviel trifft auf die zweyte Verhältniß-Zahl, wenn auf die gesammte Summe der Producte der ganze Gewinnst trifft? ꝛc.

3) Die erhaltenen Proportional-Theile addire man zusammen, man muß eine Summe bekommen, welche gleich ist dem ganzen Gewinnste D.

§. 89.

Beyspiel.

Drey Kaufleute legen zusammen:

A.	4000 fl.	8	Monate.
B.	6000 „	4	—
C.	8000 „	10	—

Sie gewinnen D = 12000.

Wieviel gewinnt jeder?

Auflösung.

A. 4000 fl. $= a$, 8 Mon. $= o$, x Gewinnste.
B. 6000 „ $= b$, 4 — $= p$, y —
C. 8000 „ $= c$, 10 — $= q$, z —

Man multiplicire:
4000 mit 8.
6000 — 4.
8000 — 10, dann ist

$$ao = 4000 \times 8 = 32000$$
$$bp = 6000 \times 4 = 24000$$
$$cq = 8000 \times 10 = 80000$$

$$(ao + bp + cq = 136000$$

Diese Summe der Verhältniß-Zahlen setze man gleich A, also $(ao + bp + cq) = A = 136000$.

Den im §. 86. aufgestellten Formeln gemäß erhält man:

I.

		daher	
x?	ao	x?	32000
A	D	136000	12000

$x = \frac{ao \cdot D}{A}$ $136\,x = 12000 \cdot 32$,

$$x = \frac{12000 \cdot 32}{136} = 2823\ {}^{9}/_{17}.$$

II.

		nach	
y?	24000	y?	bp
136000	12000	A	D

$136\,y = 12000 \times 24$ $y = \frac{bp \cdot D}{A}$,

$$y = \frac{12000 \cdot 24}{136} = 2117\ {}^{11}/_{17}.$$

III.

		daher	
z?	cq	z?	80000
A	D	136000	12000

$$z = \frac{cq \cdot D}{A} \qquad 136\ z = 80000 \times 12$$

$$z = \frac{80000 \cdot 12}{136} = 7058\ ^{14}/_{17}.$$

Probe.

Man addire die gefundenen Zahlen x, y, z zusammen:

A gewinnt $x = 2823\ ^{9}/_{17}$
B — $y = 2117\ ^{11}/_{17}$
C — $z = 7058\ ^{14}/_{17}$

$$(x + y + z) = 12000 = D.$$

Deßwegen ist die Berechnung richtig.

§. 90.

Wollte man wissen, wieviel $^{9}/_{17}$ fl. Kreutzer geben, so reducire man die Gulden auf Kreutzer nach §. 50. und §. 51. indem man sagt: Wieviel Kreutzer geben $^{9}/_{17}$ fl., wenn 1 fl. — 60 kr. hat?

kr.	x?	$^{9}/_{17}$ fl.
fl.	1	60 kr.

$$x = {}^{9}/_{17} \times 60 = \frac{60 \cdot 9}{17} = \frac{540}{17} = 31\ ^{13}/_{17}.$$

Also geben $^{9}/_{17}$ fl. an Kreutzern $= 31\ ^{13}/_{17}$.

Will man nun wissen, wieviel Heller $^{13}/_{17}$ kr. geben, so mache man nach §§. 50. und 51. die Kreutzer zu Hellern, indem man sagt: Wieviel Heller geben $^{13}/_{17}$ kr., wenn 1 kr. 8 Heller hat?

Heller	x?	$^{13}/_{17}$ kr.
kr.	1	8 Heller.

$$x = {}^{13}/_{17} \cdot 8 = \frac{13 \cdot 8}{17} = 6\,{}^{2}/_{17}.$$

$^{13}/_{17}$ kr. geben also $6\,^{2}/_{17}$ Heller.

Nach dieser nämlichen Verfahrungs-Weise wird man finden, daß $^{11}/_{17}$ fl. = 38 kr. + $6\,^{10}/_{17}$ Heller und $^{14}/_{17}$ fl. = 49 kr. + $3\,^{5}/_{17}$ Heller geben.

Deßwegen werden die im vorigen §. gefundenen Resultate nach den vorgenommenen Reductionen diese seyn:

			fl.	kr.	Heller.
A gewinnt	x =	$2823\,^{9}/_{17}$ fl. =	2823	34	$6\,^{2}/_{17}$
B —	y =	$2117\,^{11}/_{17}$ » =	2117	38	$6\,^{10}/_{17}$
C —	z =	$7058\,^{14}/_{17}$ » =	7058	49	$3\,^{5}/_{17}$.

$x + y + z = 12000$ fl. $= 12000$ fl. $=$ D.

So verfährt man bey allen practischen Aufgaben, wo Brüche vorkommen, die noch nicht Einheiten der kleinsten Benennung ausdrücken.

B.

Die Vermischungs-Regel.

§. 91.

Die Vermischungs-Regel ist der Inbegriff von Regeln, in wie ferne durch solche die Größe der verschiedenen Bestandtheile bestimmt wird, woraus eine Sache nach einem festgesetzten Verhältnisse zusammengesetzt werden soll.

Das Verhältniß, nach welchem die Zusammensetzung der einzelnen Theile geschieht, muß

schon zum voraus bekannt — gegeben — seyn; durch die Berechnung ist bloß zu bestimmen, wieviel vom ersten, zweyten Theile rc. zu nehmen sey, um nach dem nämlichen Verhältnisse ein bestimmtes Quantum zu erhalten.

Diese Aufgabe gehört zur geraden einfachen Regeldetri; indem zu einem 2, 3, m. mal größern Quantum auch das 2, 3, m. fache eines jeden einzelnen Theiles zu nehmen ist.

Und hier tritt, wie bey der Gesellschafts-Regel, der Fall ein, daß das bestimmte Quantum = B. in mehrere Theile x, y, rc. nach einem bestimmten Verhältnisse vertheilt, oder vielmehr aus denselben zusammengesetzt werden soll.

Deßwegen geschieht auch die Auflösung dieser Aufgaben ganz, wie bey der Gesellschafts-Regel, nach den in den §§. 82. 83. aufgestellten Formeln und Regeln.

§. 92.

Beyspiel.

Wenn bey einem guten Schießpulver zu 16 Loth Salpeter, 3 Loth Kohlen, und 2 Loth Schwefel gehören, wieviel von jeder Art gehören zu 600 Centnern (Vega §. 207.)?

Auflösung.

Nach §. 83. addire man die Verhältniß-Zahlen 16, 3 und 2 zusammen, es ist die Summe $(16 + 3 + 2) = (a + b + c) = 21$, und 600 C. = B.

2) Man mache folgende Ansätze:

a) Wieviel Centner Salpeter müssen zu 600 Centnern genommen werden, wenn zu 21 Loth vom Salpeter 16 Loth genommen werden müssen?

b) Wieviel Centner Schwefel müssen zu 600 C. genommen werden, wenn ꝛc.

c) ꝛc.

3) Wenn man nichts verkleinern kann, so dividire man jedesmal das Product der rechtsstehenden Zahlen mit der bekannten linksstehenden Zahl 21.

4) Die Zahlen x, y, z, addire man zusammen, ihre Summe muß gleich seyn B = 600 C.

I.

C.	x?	600 C.
L.	21	16 L.

$$21\,x = \frac{600.\,16}{21}$$

$$x = \frac{200.\,16}{7} = 457\,{}^1/_7$$

$$x = 457\,{}^1/_7 \text{ C.}$$

II.

C.	y?	600 C.
L.	21	2 L.

$$21\,y = 600.\,2.$$

$$y = \frac{600.\,2}{21}.$$

$$y = \frac{200.\,2}{7} = \frac{400}{7}.$$

$$y = 57\,{}^1/_7 \text{ C.}$$

C.	z?	600 C.
L.	21	3.

$$21\,z = 600.\,3.$$

$$z = \frac{600.\,3}{21} = \frac{600}{7} = 85\,{}^5/_7.$$

5) Die Proportionen wären diese:

	L.	L.		C.	C.
I.	21 :	16	=	600 :	x.
II.	21 :	2	=	600 :	y.
III.	21 :	3	=	600 :	z.

In Gleichungen gesetzt:

$$\text{I. } x \times 21 = 16 \times 600 = 600 \times 16.$$

$$\text{II. } y \times 21 = 2 \times 600 = 600 \times 2.$$

$$\text{III. } z \times 21 = 3 \times 600 = 600 \times 3.$$

Woraus man die Richtigkeit der angegebenen Verfahrungs-Weise des Reesischen Ansatzes ersieht.

Probe.

$$x = 457\,{}^1/_7 \text{ Centner.}$$
$$y = 57\,{}^1/_7 \text{ —}$$
$$z = 85\,{}^5/_7 \text{ —}$$

$$(x + y + z) = B = 600 \text{ Centner.}$$

Deßwegen ist die Rechnung richtig.

Man könnte nun wieder nach §. 90. ausdrücken, wieviel Pfund, Loth ꝛc. die Brüche $^1/_7$, und $^5/_7$ C. betragen.

C.

Steuer-Rechnungen.

§. 93.

Die Größe der Steuer, nach welcher die zu entrichtenden Abgaben regulirt werden, wird nach dem Grundvermögen bestimmt. Weßwegen nun in dem Königreiche Baiern durch eine allergnädigst niedergesetzte Steuer-Rectifikations-Kommission Vermessungen theils schon vorgenommen wurden, theils noch vorgenommen werden, um die Größe der Grundstücke, die sowohl Privaten, als auch ganzen Gemeinden gehören, zu wissen, und darnach einen allgemein giltigen

Steuer-

Steuerfuß gesetzlich aufstellen, und nach diesem die gemeinschaftlichen Abgaben, Lasten, oder auch Emolumente unter die einzelnen Mitglieder des Staates vertheilen zu können. Wodurch nun jeder, wenn nicht anderwärtige Gesetze und Bestimmungen davon eine Ausnahme machen, im Verhältnisse seiner Steuer zur Befriedigung der Staatsbedürfnisse beytragen muß.

§. 94.

Die Regel für den Reesischen Ansatz, um Aufgaben dieser Art auflösen zu können, kann aus der vorhin benannten Gesellschafts-Regel abgeleitet werden.

Hier ist ebenfalls eine Zahl B, nämlich die gemeinschaftliche Abgabe —, nach dem bestimmten Verhältnisse zu vertheilen.

Die einzelnen Steuern bilden die Verhältniß-Zahlen, die gesammte Steuer die Summe derselben $= (a + b + c + ..)$; man mache also folgende Ansätze:

a) Wieviel trifft auf die Steuer a, wenn auf die gesammte Steuer $(a + b + c + ...)$ die Abgabe B trifft?

b) Wieviel trifft auf die Steuer b, wenn auf die gesammte Steuer 2c.; und so fährt man fort, bis die den einzelnen Mitgliedern des Staates nach dem Steuerfuße treffenden Abgaben berechnet sind.

Diese Aufgaben gehören zur einfachen geraden Regeldetri, die bloß, wenn mehrere Proportional-Theile zu berechnen sind, mehrmal wiederholt werden muß.

Weil der Voraussetzung gemäß die Steuer der Maaßstab ist, nach welchem die Abgaben erhoben werden, so ist bey einer 2, 3, m. mal größern Steuer auch eine 2, 3, m. mal größere Abgabe zu bezahlen, d. i., derjenige, welcher eine 2, 3, m. mal größere Steuer bezahlt, hat auch die Verbindlichkeit, eine 2, 3, m. mal größere Abgabe zu entrichten, als der andere.

Betrachtet man die gesammte Steuer als die Ursache, warum die ganze Abgabe zu entrichten ist, und die einzelnen Steuern ebenfalls als Ursachen, warum von den Individuen gerade diese Abgaben erhoben werden, so läßt sich die Regel unmittelbar aus der für die Aufgaben der einfachen geraden Regeldetri aufgestellten Formel ableiten. Der nächste Grund, warum gewiße Individuen gewiße Abgaben bezahlen müßen, liegt in den von ihnen zu entrichtenden Steuern; würden sie nicht besteuert werden, so müßten sie auch nicht zu dieser oder jener Abgabe nach dem Steuerfuße beytragen. In diesem Betrachte können also die Steuern als die Ursachen der zu entrichtenden Abgaben betrachtet werden.

§. 95.

Beyspiel.

Gesetzt: Ein ganzer Kreis im Königreiche Baiern hätte 124000 fl., das Landgericht

A, 6400 fl.
B, 7800 =
C, 8400 =

Steuer zu bezahlen, und es sey vom gesammten

Kreise die Abgabe von 16000 fl. zu bezahlen; — was hat nun jedes dieser Landgerichte im Verhältnisse auf die von demselben zu bezahlenden Steuer dazu beyzutragen?

Auflösung.

Die Summe der Verhältniß-Zahlen ist hier durch die Bedingung gegeben $(a + b + c + \ldots) = 124000$ fl., und die Zahl B, welche nach einem bestimmten Verhältnisse vertheilt werden soll, ist ebenfalls bekannt, $(x + y + z + \ldots) = 16000$ fl.; wenn nämlich x, y und z die Theile ausdrücken, welche die Landgerichte A, B und C als Abgabe beytragen müssen.

2) Deßwegen setze man folgendermaßen an:

a) Wieviel trifft zu bezahlen auf die Steuer des Landgerichtes A, wenn auf die Steuer des ganzen Kreises die Abgabe von 16000 fl. zu entrichten ist?

b) Wieviel trifft zu bezahlen auf die Steuer des Landgerichtes B, wenn ꝛc.

c) Wieviel ꝛc.

3) Nach vorgenommener Verkleinerung dividire man das Product der rechtsstehenden Zahlen mit der bekannten linksstehenden Zahl = 124000, man erhält dadurch die verlangten Proportional-Theile.

4) Die Probe kann hier nicht auf die bey der Gesellschafts-Regel angegebene Weise gemacht werden, weil man in dieser Aufgabe nicht alle Beyträge sämmtlicher Landgerichte

des Kreises berechnet, deßwegen, wenn man je eine Probe bey solchen einfachen Aufgaben für nöthig erachtet, müßte diese nach §. 41. gemacht werden:

(§§.82. 83.) I.

$x?$	a	$x?$	6400
$(a+b+c+\ldots)$	B	124000	16000

$$x = \frac{a\,B}{(a+b+c+\ldots)} \qquad x = \frac{6400.\ 4}{31} =$$

$$x = 825\ {}^{25}/_{31}\ \text{fl.}$$

II.

$y?$	b	$y?$	7800
$(a+b+c+\ldots)$	B	124000	16000

$$y = \frac{b\,B}{(a+b+c+\ldots)} \qquad 31.\,y = \frac{7800.\ 4}{31}$$

$$y = 1006\ {}^{14}/_{31}\ \text{fl.}$$

III.

$z?$	c	$z?$	8400
$(a+b+c+\ldots)$	B	124000	16000

$$z = \frac{c\,B}{(a+b+c+\ldots)} \qquad z = \frac{8400.\ 4}{31}$$

$$z = 1083\ {}^{27}/_{31}\ \text{fl.}$$

Die beiden Zahlen, 124000 und 16000 ließen sich durch 4000 verkleinern (§. 45.), wodurch die Arbeit erleichtert wurde.

Das Landgericht A hat also als Abgabe zu entrichten . . . 825 $^{25}/_{31}$ fl.

Das Landgericht B. . 1006 $^{14}/_{31}$ fl.

— — C. . 1083 $^{27}/_{31}$ fl.

Zusammen = 2916 $^{4}/_{31}$ fl.

Nach §. 90. drücke man die nun in den gefundenen Resultaten vorkommenden Brüche in Kreutzern und Hellern aus, man erhält, daß die Landgerichte im Verhältnisse des Steuerfußes Folgendes zu bezahlen haben:

			fl.	kr.	Heller.
A.	=	$825\,{}^{25}/_{31}$ fl. =	825	48	$3\,{}^{3}/_{31}$
B.	=	$1006\,{}^{14}/_{31}$ fl. =	1006	27	${}^{24}/_{31}$
C.	=	$1083\,{}^{27}/_{31}$ fl. =	1083	52	$2\,{}^{2}/_{31}$

§. 96.

Wären in der Bedingung den Gulden noch Kreutzer und Heller angehängt, so bringe man nach der angeführten Reductionsmethode alles auf eine einzige Benennung, entweder auf die Benennung der höchsten, oder niedrigsten Einheiten. Macht man die Heller zu Kreutzern und diese zu Gulden, so erhält man ächte Brüche (Mag. §. 75. — Vega §. 72.), die man mit den gegebenen Gulden in eine Summe bringt.

Werden aber die Gulden zu Kreutzern, und diese zu Hellern gemacht, so addire man jedesmal die durch die Bedingung gegebenen Kreutzer und Heller darzu.

Im ersten Falle erhält man Brüche, die sich aber im Reesischen Ansatze einrichten und aufheben lassen; deßwegen ist den meisten Fällen dieses bequemer, als wenn man alles auf die niedrigste Benennung reduciren müßte, wo man dann mit großen Zahlen zu multipliciren und zu dividiren hätte. Z. B. Es kömmt vor:

4820 fl. 30 kr. 4 Heller.

Weil 1 fl. — 60 kr., und weil 1 fl. — 480 Heller hat, so sind

$$30\ \text{kr.} = {}^{30}/_{60}\ \text{fl.} = {}^{1}/_{2}\ \text{fl.}\ \text{und}$$
$$4\ \text{Häller} = {}^{4}/_{480}\ \text{fl.} = {}^{1}/_{120}\ \text{fl.}\ \text{also}$$

$$30\ \text{kr.} + 4\ \text{Heller} = {}^{1}/_{2}\ \text{fl.} + {}^{1}/_{120}\ \text{fl.} = \frac{60+1}{120} = {}^{61}/_{120}\ \text{fl.}$$

Anstatt Gleichem setzt man Gleiches, daher sind 4820 fl. + 30 kr. + 4 Heller = 4820 fl. + $^{61}/_{120}$ fl. = 4820 $^{61}/_{120}$ fl. = $\frac{578461}{120}$ fl.

Bringt man aber die Gulden und Kreutzer auf die Benennung von Hellern, so erhält man nach den Reductions-Regeln:

4820 fl. = 289200 kr.
30 kr. = 30 kr.

4820 fl. + 30 kr. = 289230 kr.
289230 kr. = 2313840 Hellern.
4 Hell. = 4 Hell.

289230 kr. + 4 Hell. = 2313844 Hell.
also sind
4820 fl. 30 kr. 4 Hell. = 2313844 Hell.

Wird nun nach dieser vorgenommenen Reduction die Bedingung in einer Summe von Gulden oder Hellern ausgedrückt, so wird auch das jedesmalige Resultat Gulden oder Heller geben.

Dieses ist durchgehends in allen jenen Fällen zu beobachten, wo irgend ein Glied der Proportion oder ein Factor des Reesischen Ansatzes aus Einheiten von verschiedener Benennung bestehen würde.

§. 97.

Nach den im §. 95. angegebenen Regeln verfahre man in allen jenen Fällen, wo auf eine ähnliche Weise nach dem bekannten Steuerfuße gewiße Abgaben verhältnißmäßig zu vertheilen sind.

Deßwegen verfährt man eben so, wenn eine gemeinschaftliche Summe, die das ganze Landgericht trifft, unter die Ortschaften desselben, oder wenn eine von einem ganzen Orte zu erlegende Abgabe unter die einzelnen Bürger oder Gemeindner nach dem als Norm aufgestellten Steuerfuße vertheilt werden soll.

Immer steht die Steuer mit der entsprechenden Abgabe im geraden Verhältnisse, und man kann nach der einfachen Regeldetri, und nach der bey der Gesellschafts-Regel angegebenen Verfahrungsweise immerhin die Aufgabe so ansetzen:

Welche Abgabe trifft auf diese oder jene einzelne Steuer, wenn auf die gesammte Steuer (dieses Landgerichtes, dieser Stadt, dieses Dorfes ꝛc.) diese ganze Abgabe zu entrichten ist?

D.

Brand-Assekuranz-Rechnungen.

§. 98.

Wenn eine Gesellschaft die Verbindlichkeit übernimmt, den unter ihren Mitgliedern durch eine Feuersbrunst entstehenden Schaden einiger-

nußen zu ersetzen, so heißt diese Veranstaltung eine Feuer- oder Brand-Assecuranz.

Da, bey gleicher Gefahr der assecurirten Gebäude, der Beytrag eines jeden Mitgliedes der Größe des Ersatzes, den ein Glied in ähnlichen Unglücksfällen für sich fodert, also dem angegebenen Werthe, der den wahren Werth nie übersteigen darf, proportionirt seyn muß, so geschieht die Berechnung ebenfalls nach den bey der Gesellschafts-Regel angegebenen Regeln.

Dabey hängt es vom Vertrage ab, ob zum Ersatze alle, mithin auch die verunglückten Mitglieder, oder aber nur diejenigen allemal beytragen, die vom Unglücke verschont blieben.

Der Werth des erlittenen Schadens mit den Regie-Kösten ist diejenige Zahl B, die nun in proportionirte Theile getheilt werden muß; die Werthe der einzelnen Gebäude, ausgedrückt durch a, b, c, u. s. f. sind die Verhältniß-Zahlen, und die Summe aller dieser Werthe — der Werth aller assecurirten Gebäude — bilden die Summe dieser Verhältniß-Zahlen (Mag. §. 273.).

§. 99.

Um zu finden, was nun jedes Mitglied nach dem angegebenen Werthe seines in die Brand-Assecuranz aufgenommenen Gebäudes beytragen müsse, um dadurch die während eines ganzen Jahres vorgefallenen Brandschäden mit den damit verbundenen Regie-Kösten zu vergüten, so berechne man zuerst die Vergütung,

welche von 100 fl. geleistet werden müßte, indem man den Werth des ganzen Schadens gleich setzt B, und den Werth aller assecurirten Gebäude gleich S, und q drücke die für 100 fl. treffende Rate aus.

Nach §§. 82. 83. setze man Reesisch an:

Wieviel — q? — kömmt auf 100 fl. zu bezahlen, wenn auf S, den Schaden B zu vergüten kömmt?

I.

x?	a		q?	100 fl.
(a + b + ...)	B		S	B

$$x = \frac{aB}{(a+b+\ldots)} \qquad q = \frac{B.\ 100}{S}.$$

Es wird aber gewöhnlich, theils um die Bruchrechnung zu vermeiden, theils um künftige Regie-Ausgaben bestreiten zu können, und für's kommende Jahr einen Vorschuß zu bekommen, von 100 fl. mehr bezogen, als geradezu die Berechnung auswirft.

Weiß man aber einmal bestimmt, wieviel von 100 fl. bezahlt werden muß, so berechne man nach der nämlichen Regel, was nun jeder im Verhältnisse zum angegebenen Werthe seines Gebäudes beyzutragen habe.

Gesetzt: Vom 100, werden b kr. erhoben, und der Werth eines einzelnen Gebäudes sey gleich a fl.; man setze deßwegen an:

Wieviel Gulden — x? — kömmt auf den Werth eines Gebäudes von a fl.; wenn auf 100 fl. — b kr. zu entrichten sind, und 60 kr. 1 fl. geben (§§. 68. 69.)?

Die allgemeine Formel ist daher diese:

fl.	x?	a	fl.
fl.	100	b	kr.
kr.	60	1	fl.

$$x = \frac{a\,b}{100.\,60}\ \text{fl.}$$

Oder man suche zuerst ohne eingemischte Reduction die von a fl. zu bezahlende Rate in Kreutzern, und mache dann diese zu Gulden.

§. 100.

Beyspiel.

Im Jahre 1806 belief sich der angegebene Werth der in Baiern assecurirten Gebäude auf 112,560,700 fl., der Total-Schaden auf 79,702 fl. 44 kr. 1 pf., von 100 fl. wurden einsweilen als Concurrenz erhoben 4 kr.

Wieviel hatte also derjenige, dessen Gebäude in einem Werthe von 6000 fl. in die Brand-Assecuranz aufgenommen ist, zum Ersatze beyzutragen?

Auflösung.

Nach der im §. 99. aufgestellten Formel verfahre man folgendermaßen:

fl.	x?	6000	fl.
fl.	100	4	kr.
kr.	60	1	fl.

$$x = 4\ \text{fl.}$$

Also hat dieser zur Entschädigung der im Jahre 1806 durch Feuersbrünste beschädigten Mitglieder 4 fl. beyzutragen.

Auf eine ähnliche Weise verfahre man bey allen hieher gehörigen sogenannten Brand-Asse-curanz-Rechnungen.

E.

Alligations-Regel.

§. 101.

Gewöhnlich wird Alligations-Regel jene Regel genannt, die angiebt, nach welchem Verhältnisse 2 oder mehrere Dinge gemischt werden sollen, um einen mittlern Werth zu bekommen. (Mag. §. 271.)

Ich nehme aber hier diese sogenannte Alligations-Regel in einem ausgedehntern Sinne, um Gelegenheit zu finden, hier die Auflösung für so manche noch nicht berührte Aufgaben zu geben, die fast alle der Art sind, daß sie der Anfänger, wenn er auch das bisher Gesagte verstanden hat, doch so leicht und geschwind nicht auflösen kann; weil man meistens durch Hülfe der Proportionen das vierte gesuchte Glied nur auszudrücken im Stande ist, ohne den Werth desselben bestimmt zu wissen, da noch immer unbekannte Größen mit bekannten verbunden sind. Deßwegen muß man nun erst Gleichungen ansetzen, und in diesen die unbekannten Größen finden, wo dann nicht selten der Fall eintritt, daß man unbestimmte Gleichungen erhält, wenn nämlich den vorliegenden Bedingungen gemäß nur eine einzige Gleichung, wo mehr als eine unbekannte Größe vorkömmt,

aufgefunden werden kann, da übersteigt dann die Anzahl der unbekannten Größen jene der Gleichungen. Die Aufgabe ist unbestimmt, und die gesuchten Resultate können erst dann bestimmt gefunden werden, wenn man in der letzten Gleichung, wo der Werth einer unbekannten Größe ausgedrückt ist, anstatt der übrigen unbekannten Größen solche bekannte Werthe annimmt, daß x, wenn es möglich ist, noch einen positiven Werth erhält.

§. 102.

Alligations- — Verbindungs- — Regel nenne ich daher diejenige Regel, welche die Vorschriften angiebt, nach welchen, sobald mehrere Dinge miteinander zu einem Ganzen verbunden, oder gemeinschaftlich, um eine gewiße Wirkung hervorzubringen, zusammen wirken, der Werth oder die Größe der einzelnen Dinge, oder der Werth des Ganzen, oder aber die gemeinschaftliche Wirkung, oder die Zeit, binnen welcher diese hervorgebracht wird ꝛc., berechnet wird.

Die Verschiedenheit der hieher gehörigen Aufgaben rührt vorzüglich daher, weil in einer Gleichung jede vorkommende Größe durch alle übrigen bestimmt ist, und also, wenn sie unbekannt wäre, gefunden werden könnte.

Ich werde nun die Auflösung der vorzüglichsten Aufgaben, welche in dem eben angegebenen Sinne zur Alligations-Regel gehören,

allgemein geben, und dann nach den aufgestellten Formeln einige Beyspiele ausarbeiten.

Um aber die allgemeine Auflösung auf die möglichste Weise verständlich zu machen, so will ich jetzt den entgegengesetzten Weg einschlagen, und gleichsam vom Besondern auf das Allgemeine übergehen, indem ich für jeden aufgestellten besondern Fall ein Beyspiel voranschicke, dasselbe ausarbeite, dann daraus die allgemeine Auflösung ableite, und nach dieser die nämliche Aufgabe wieder auflöse. Dadurch wird die vorige Auflösung bewähret werden, und man wird zugleich den großen Vortheil offenbar sehen, den die Berechnung nach Formeln darbietet.

Dabey will ich schon Sorge tragen, daß ich mich gegen die Logik nicht versündige, welches ich um deswillen gleich zum voraus bemerken muß, weil ich nun die allgemeine Auflösung der besondern folgen lasse; damit nicht jemand glauben möchte, ich wolle bloß deßwegen die bey einem besondern Beyspiele angegebene Verfahrungs-Weise als allgemein giltig aufstellen, weil sie sich in diesem oder jenem besondern Falle als wahr und richtig bewähret hat.

Die Aufgaben, für die ich nun die Auflösung gebe, sind folgende:

a)

Man giebt den Werth der einzelnen Dinge, die zu einem Ganzen gemischt werden; und die Größe des

durch die Mischung entstandenen Ganzen, man soll die Größe der zur Mischung zu nehmenden Dinge durch Berechnung bestimmen, wieviel nämlich von jeder Sorte genommen werden müsse, um für das Ganze den bestimmten Werth zu bekommen.

§. 103.

α. Besondere Auflösung in einem Beyspiele.

Es hat jemand einen Wein, wovon die Maaß 30 kr., und einen andern, wovon die Maaß 18 kr. kostet, er möchte nun 1 Eymer und 40 Maaß = 100 Maaß, den Eymer nämlich zu 60 Maaß gerechnet, so mischen, daß er dann die Maaß zu $24\,^1/_2$ kr. hingeben dürfte; wieviel von jeder Sorte darf er zur Mischung nehmen?

1) Er nehme von der bessern Sorte x Maaße, dann ist die Anzahl jener der geringern Sorte = 100 — x, da

$$x + (100 - x) = 100.$$

2) Nun drücke man den Werth des geringern und den des bessern Weines aus, indem man in der Reesischen Form nach der bey der einfachen geraden Regeldetri im §. 20. aufgestellten Formel, weil nach dem §. 6. die Menge der Waare und ihre Preise zusammen im geraden Verhältnisse stehen, folgendermaßen ansetzet:

a) Wieviel Kreutzer kosten x Maaße, wenn eine Maaß des bessern Weines 30 kr. kostet?

b) Wieviel Kreutzer kosten (100 — x) Maaße, wenn eine Maaß des geringern Weines 18 kr. kostet?

Und man drücke auch den Werth des gemischten Weines aus, indem man ansetzet:

c) Wieviel Kreutzer kosten 100 Maaße, wenn 1 Maaß des gemischten Weines $24\,^1/_2$ kr. kostet?

a)

kr.	y?	x M.
M.	1	30 kr.

b)

kr.	z?	(100 — x) M.
M.	1	18 kr.

$y = 30x$ kr. $\quad z = (100 - x)\,18 = 1800 - 18x$ kr.

c)

kr.	φ?	100 M.
M.	1	$24\,^1/_2$ kr.

$$\varphi = 100 \times 24\,^1/_2$$

$$\varphi = 100 \times (24 + {}^1/_2) = 2400 + 50.$$

$$\varphi = 2450 \text{ kr.}$$

3) Man hat nun durch Hülfe des Reesischen Ansatzes den Werth des Weines sowohl vor als nach der Mischung ausgedrückt, ohne x gefunden zu haben.

Nun weiß aber, daß diese beiden Werthe sich gleich seyn müssen, der Wein mag gemischt oder ungemischt verkauft werden, der Erlöß muß immer der nämliche seyn.

Daher erhält man folgende bestimmte Gleichung, wo nur eine unbekannte Größe vorkömmt:

$$y + z = \varphi.$$

Nun ist aber:

a) $y = 30\,x.$

b) $z = 1800 - 18\,x.$

$$y + z = 30\,x + 1800 - 18\,x = \varphi$$

und

c) $\varphi = 2450$ also

$$30\,x + 1800 - 18\,x = 2450$$

$$30\,x - 18\,x = 12\,x$$

folglich

$$12\,x + 1800 = 2450$$
$$12\,x = 2450 - 1800 = 650$$

{Mag. §. 151 | Vega §. 212.}

$$x = \frac{650}{12} = 54\,{}^2/_{12} = 54\,{}^1/_6 \text{ Maaß.}$$

Vom bessern Weine nimmt er also $54\,{}^1/_6$ Maaße, und vom geringern $45\,{}^5/_6$, weil $100 - x = 100 - 54\,{}^1/_6 = 45\,{}^5/_6$.

P r o b e.

1) a) Wieviel Kreutzer kosten $54\,{}^1/_6$ Maaße des bessern Weines, wenn 1 Maaß 30 kr. kostet?

b) Wieviel Kreutzer kosten $45\,{}^5/_6$ Maaße, wenn 1 M. des geringern Weines 18 kr. kostet?

a)		b)	
y?	$54\,{}^1/_6$ M.	z?	$45\,{}^5/_6$ M.
M. 1	30 kr.	M. 1	18 kr.

$y = 325 \cdot 5 = 1625$ kr. $\qquad = z\;\; 275 \times 3$

$z = 825$ kr.

2) Es ist also

a) $y = 1625$ kr.

b) $z = 825$ —

$$y + z = 2450 \text{ kr.}$$

Nun

Nun ist aber

$\varphi = 2450$ kr.

Also trifft es genau ein, daß $\varphi = x + y$, weil $(1625 + 825)$ wirklich gleich ist 2450. Deßwegen ist die vorige Berechnung richtig, welche als Resultat auswarf, daß man vom bessern $54\,{}^1/_6$ und vom geringern Weine $45\,{}^5/_6$ M. nehmen dürfe.

§. 104.

β. Allgemeine Auflösung.

Der Werth des Weines sey der Art, daß eine Maaß des bessern Weines a, des geringern b, und von der Mischung c — Kreutzer koste, wo also $a > b$, $a > c$, und $c > b$ seyn muß, das ganze Gemisch sey $= d$, enthalte also d Maaße.

Weil, wie vorhin erwähnt wurde, diese Aufgabe zur einfachen geraden Regeldetri gehört, so setze man nach dem §. 103. folgendermaßen an:

a) Wieviel Kreutzer — y? — kosten x Maaße, wenn 1 Maaß a kr. kostet?

x drückt nämlich die Maaße des bessern, und $(d - x)$ die des geringern Weines aus.

b) Wieviel Kreutzer — z? — kosten $(d - x)$ Maaße, wenn 1 Maaß b kr. kostet?

c) Wieviel Kreutzer — φ? — kosten d Maaße, wenn 1 Maaß c kr. kostet?

a) $\begin{array}{r|l} y? & x \\ 1 & a \end{array}$ b) $\begin{array}{r|l} z? & (d-x) \\ 1 & b \end{array}$

$$y = ax. \quad z = b(d-x) = bd - bx$$

c) $\begin{array}{r|l} \varphi? & d \\ 1 & c \end{array}$

$$\varphi = cd$$

Es ist daher

$$\begin{array}{l} y = ax \\ z = bd - bx. \\ \hline y + z = ax - bx + bd. \end{array}$$

und $\varphi = y + z = cd$

also ist

$$ax - bx + bd = cd$$
$$ax - bx = cd - bd$$
$$x(a-b) = cd - bd$$
$$x = \frac{cd - bd}{a - b} = \frac{(c - b)\,d}{a - b}.$$

d könnte auch $= 1$. gesetzt werden; in einem bestimmten Beyspiele müßte aber doch das Quantum des ganzen Gemisches bekannt seyn, um zu bestimmen, wieviel von jeder Sorte zu nehmen sey.

Diese Formel drückt nun die Regel aus, nach welcher alle Beyspiele dieser Art aufgelößt werden, wenn man nicht jedesmal den vorhin angezeigten Calcul wiederholen will.

§. 105.

Das im §. 103. angeführte Beyspiel würde demnach nach der Formel so aufgelößt werden:

In diesem Beyspiele wäre nun

$$a = 30 \text{ kr.} \quad c = 24\,{}^{1}/_{2} \text{ kr.}$$
$$b = 18 \text{ kr.} \quad d = 100 \text{ M.}$$

also

$$x = \frac{(c-b)\,d}{a-b} = \frac{(24\,{}^{1}/_{2} - 18)\,100}{30-18}.$$

$$x = \frac{6\,{}^{1}/_{2} \cdot 100}{12} = \frac{650}{12} = 54\,{}^{2}/_{12} = 54\,{}^{1}/_{6}.$$

$x = 54\,{}^{1}/_{6}$, welches wieder das vorhin gefundene Resultat ist, und $100 - 54\,{}^{1}/_{6} = 45\,{}^{5}/_{6}$. Damit könnte nun auf die vorige Weise die Probe angestellet werden.

b)

Die vorige Aufgabe, wo aber mehr als 2 Dinge gemischt werden, und somit die Gleichung unbestimmt wird.

§. 106.

α. Besondere Auflösung in einem Beyspiele.

Ein Goldschmid hat viererley Silber, ein 15 löthiges, ein 14 löthiges, ein 13 löthiges, und ein 9 löthiges; nun möchte er zu 5 Mark = 80 Loth (weil 1 Mark 16 Loth hat) so viel zur Mischung nehmen, daß er dann 12 löthiges Silber bekömmt; wieviel von jeder Gattung darf er dazu nehmen.

Bemerkung.

1) Die Schwere des Silbers wird durch ein Gewicht bestimmt, welches **Mark** genannt

wird; ein Mark hat 16 Loth, 1 Loth hat 4 Quintl ꝛc.

2) **Feines Silber** wird jenes genannt, welches keinen Zusatz von einem andern Metalle enthält.

3) 12 oder 14 löthiges Silber heißt jedes Silber, von welchem 12 oder 14 Theile rein Silber, und die übrigen 4 oder 2 Theile aus fremdartigem Metalle bestehen.

Woraus nun der Sinn der Aufgabe einleuchtend seyn wird, daher gleich zur Auflösung.

1) Vom 15 löthigen Silber nehme man zur Mischnng . . x

vom 14 löthigen . . y

— 13 — . . z

— 9 — (80 — x — y — z)

2) Nun berechne man, wieviel feines Silber in dem 15, 14 ꝛc. löthigen Silber enthalten ist, welches zur Mischung genommen wird.

a)

π?	x
16	15

$$\pi = \frac{15\,x}{16}.$$

b)

φ?	y
16	14

$$\varphi = \frac{14\,y}{16}.$$

c)

u?	z
16	13

$$u = \frac{13\,z}{16}.$$

d)

w?	(80 — x — y — z)
16	9

$$w = 9.\frac{(80 - x - y - z)}{16}$$

$$w = 720 - 9x - 9y - 9z.$$

Man sagt nämlich nach der einfachen geraden Regeldetri:

a) Wieviel feines Silber — π? — sind in x Loth enthalten, wenn in 16 Loth — 15 Loth feines Silber enthalten sind?

b) Wieviel feines Silber ꝛc.

Daher sind in x Loth 15 löthigen Silbers feines Silber $= \frac{15\,x}{16}$ Loth, in y Loth 14 löthigen $= \frac{14\,y}{16}$, in z Loth 13 löthigen Silbers $= \frac{13\,z}{16}$, in (80 — x — y — z) Loth 9 löthigen Silbers 720 — 9 x — 9 y — 9 z feines Silber enthalten.

3) Berechne man das Quantum des im ganzen Gemische enthaltenen feinen Silbers

m?	80
16	12

$$16\,m = 80 \times 12 = 960$$

$$m = \frac{960}{16}.$$

4) In 80 Loth 12 löthigen Silbers muß so viel feines Silber nach der Mischung enthalten seyn, als vor der Mischung im 15, 14, 13 und 9 löthigen Silber zusammen; daher erhält man die Gleichung:

$$\frac{15\,x}{16} + \frac{14\,y}{16} + \frac{13\,z}{16} + \frac{720 - 9x - 9y - 9z}{16} = \frac{960}{16}.$$

Mit 16 multiplicirt:

$$15\,x + 14\,y + 13\,z + 720 - 9\,x - 9\,y - 9\,z = 960.$$

Man verkleinere die Ausdrücke, da man anstatt „15 x — 9 x" das Gleiche — nämlich 6 x ꝛc. setzet; und transponire:

$$6x + 5y + 4z = 960 - 720 = 240.$$
$$6x = 240 - 5y - 4z.$$
$$x = \frac{240 - 5y - 4z}{6}$$
$$x = 40 - \frac{(5y + 4z)}{6}.$$

Weil diese Gleichung unbestimmt ist, so nehme man anstatt x und y, beliebige Werthe so an, daß x einen positiven Werth erhält, und, wenn es wohl thunlich ist, x eine ganze Zahl wird.

Man setze daher:

$$y = 6. \quad 5y = 30$$
$$z = 6. \quad 4z = 24$$
$$5y + 4z = 54$$
$$6 = 6$$
$$\frac{5y + 4z}{6} = \frac{54}{6} = 9$$

also

$$x = 40 - \left(\frac{5y + 4z}{6}\right) = 40 - 9 = 31.$$

und $80 - (x + y + z) = 80 - (31 + 6 + 6)$
$= 80 - 43 = 37$ Loth.

Folglich nimmt man

vom 15 löthigen	.	.	$x = 31$
14 =	.	.	$y = 6$
13 =	.	.	$z = 6$
9 =	$80 - (x + y + z)$		$= 37$

$$80 - (x + y + z) + (z + y + x) = 80.$$

Probe.

Die nun gemische Masse von 5 Mark = 80

Loth ist 12 löthiges Silber, bey welchem immer 16 Loth — 12 Loth feines Silber in sich enthalten.

Bey der eben gemachten Auflösung ist das in dem ganzen Gemische enthaltene feine Silber ausgedrückt worden durch $m = \frac{960}{16} =$ 60 Loth; weil nämlich 16 Loth — 12 Loth feines Silber in sich enthalten, so sind in 80 Loth — 60 Loth feines Silber, wie dieses vorhin durch Hülfe des Reesischen Ansatzes berechnet wurde.

Dann das 15 löthige Silber, wovon 31 Loth in die Mischung kommen, hält feines Silber π Loth $= \frac{15x}{16} = \frac{15 \cdot 31}{16} = 29\,{}^1/_{16}$ L.

das 14 löthige $\varphi = \frac{14y}{16} = \frac{14 \cdot 6}{16} = 5\,{}^4/_{16}$ Loth.

— 13 — $u = \frac{13 \cdot 6}{16} = 4\,{}^{14}/_{16}$ Loth.

— 9 — $w = \frac{9 \cdot 37}{16} = 20\,{}^{13}/_{16}$ —

Es ist aber

$$\begin{aligned} \pi &= 29\,{}^1/_{16} \\ \varphi &= 5\,{}^4/. \\ u &= 4\,{}^{14}/. \\ w &= 20\,{}^{13}/. \end{aligned}$$

$\pi + \varphi + u + w = 60$ Loth feinen Silbers,
und $m = 60$ Loth feinen Silbers,
daher ist $m = \pi + \varphi + u + w$.

Es ist in 5 Mark 12 löthigen Silbers ebensoviel feines Silber, als im 15, 14, 13 und 9 löthigen Silber zusammen genommen; folg-

lich ist aus dem benannten 15 ꝛc. löthigen eine Masse von 5 Mark gemischt worden, welches 12 löthig ist, und die vorige Auflösung ist als richtig befunden worden.

§. 107.

β. Allgemeine Auflösung.

Ein Goldschmid hat mehrerley Silber, ein b, c, d ꝛc. . . . f löthiges; nun möchte er q Mark = n Loth zusammen mischen, um ein g löthiges zu erhalten; wieviel von jeder Sorte darf er nun zur Mischung nehmen?

1) 16 Loth setze man = a.

Er nehme vom b löthigen Silber zur Mischung = x Loth,

vom c löthigen . = y Loth.

— d — . = z —

und so fortgesetzt;

von der letzten Sorte

$= n - (x + y + z + \ldots .)$.

2) Man drücke aus, wieviel feines Silber von jeder Sorte zur Mischung komme, und dann, wieviel feines Silber das Gemisch in sich enthalte.

a)		b)		c)	
π?	x.	φ?	y.	u?	z.
a	b.	a	c.	a	d.

$\pi = \frac{bx}{a}$ $\varphi = \frac{cy}{a}$ $u = \frac{dz}{a}$.

so fortgesetzt, bis man's von allen Sorten ausgedrückt hat.

Endlich bey der letzten Sorte

d)

w?	$n - (x + y + z + ..)$
a	f

$$w = \frac{f(n - (x + y + z + \ldots))}{a}$$

$$w = \frac{f(n - x - y - z \ldots)}{a}$$

$$w = \frac{fn - fx - fy - fz \ldots}{a.}$$

Soviel feines Silber hält die letzte Sorte; und das ganze Gemisch hält

m?	n.
a	g.

$$m = \frac{ng}{a}.$$

Gemäß dem im vorigen §. Gesagten erhält man diese Gleichung:

$$\frac{bx}{a} + \frac{cy}{a} + \frac{dz}{a} + \ldots \frac{fn - fx - fy - fz \ldots}{a} = \frac{ng}{a}.$$

Mit a die Gleichung multiplicirt

$$bx + cy + dz + .. fn - fx - fy - fz = ng.$$

dann

$$(bx - fx) + (cy - fy) + (dz - fz) + .. = ng - fn.$$

$$(b - f)x + (c - f)y + (d - f)z + .. = (g - f)n.$$

$$(b - f)x = (g - f)n - (c - f)y - (d - f)z - \ldots$$

$$x = \frac{(g - f)n - (c - f)y - (d - f)z - \ldots}{(b - f).}$$

Wenn man wirklich subtrahirt, dann ist

$$x = \frac{n(g - f) + (f - c)y + (f - d)z + \ldots)}{b - f.}$$

§. 108.

Das im §. 106. gegebene Beyspiel löse man nun nach dieser Formel auf, da ist

$b = 15,\ c = 14,\ d = 13,\ f = 9.$

$n = 80.\ g = 12$ Loth.

also

$$x = \frac{80\,(12-9) + (9-14)\,y + (9-13)\,z}{15-9.}$$

$$x = \frac{80 \times 3 + y \times -5 + z \times -4.}{6.}$$

Man setze wieder

$y = 6$, und $z = 6$.

weil die Gleichung unbestimmt ist; dann ist

$$x = \frac{80 \times 3 + 6 \times -5 + 6 \times -4}{6}$$

$$x = \frac{240 - 30 - 24}{6} = 40 - 5 - 4.$$

also

$x = 40 - (5 + 4) = 40 - 9 = 31$ Loth.

Soviel nimmt man zur Mischung von der ersten Sorte; dann von der letzten

$n - (x + y + z) = 80 - (31 + 6 + 6) =$
$80 - 43 = 37.$

also 37 Loth.

Man hat daher wieder, wie bey der vorigen Auflösung, die nämlichen Resultate gefunden:

$x = 31$	vom	15 löthigen	
$y = 6$	—	14	—
$z = 6$	—	13	—
$n - (x + y + z) = 37$	—	9	—

$n - (x + y + z) + (x + y + z) = n =$
80 Loth.

und 80 Loth = 5 Mark 12 löthig. Silbers.

Die Probe könnte nun wieder auf die vorige Weise angestellt werden.

c)

Man giebt den Werth und die Größe der einzelnen Dinge, welche miteinander gemischt werden, man soll daraus den Werth eines bestimmten Maaßes des ganzen Gemisches berechnen.

§. 109.

α. Besondere Auflösung in einem Beyspiele.

15 Schäffel Waitzen werden mit 12 Schäffel Roggen vermischt, wovon das erstere 17 fl. und das letztere 15 fl. kostet; wieviel wird nun 1 Sch. des gemischten Getraides werth seyn?

1) Dieser Werth sey = x, die ganze Gemischte Masse ist = 15 + 12 = 27 Sch.

2) Man berechne nun den Werth von 15 Schäffel W. und 12 Schäffel R. und dann drücke man den Werth des gemischten Getraides aus:

a)			b)		
fl.	y?	15 Sch. W.		z?	12 Sch. R.
Sch.	1	17 fl.		1	15

y = 15 . 17 = 255 fl. z = 12 . 15 = 180 fl.

Das gemischte Getraid kostet also

y + z = 255 + 180 = 435 fl.;

daraus berechne man, was 1 Schäffel kostet,

oder vielmehr, man drücke den Werth davon aus.

fl.	u?	27 Sch.	
Sch.	1	x	fl.

$$u = 27\,x.$$

3) Der Werth des gemischten Getraides beträgt allein ebensoviel, als alle Werthe der zur Mischung genommenen Sorten zusammen, daher erhält man diese Gleichung:

$$27\,x = 255 + 180.$$

$$x = \frac{255 + 180}{27} = 16\,{}^{1}/_{9}\ \text{fl.}$$

Probe.

Man berechne aus dem bekannten Werthe $x = 16\,{}^{1}/_{9}$ fl. den Werth des ganzen Gemisches:

fl.	u?	27 Sch.
Sch.	1	$16\,{}^{1}/_{9}$.

$$u = 27 \times 16\,{}^{1}/_{9} = 27\,(16 + {}^{1}/_{9})$$

$$u = 432 + 3 = 435.$$

Es ist also $y + z = u$.

weil $255 + 180 = 435$.

und deßwegen ist die vorige Rechnung richtig; ein Schäffel des gemischten Getraides kostet wirklich $x = 16\,{}^{1}/_{9}$ fl. $=$ 16 fl. 6 kr. $5\,{}^{1}/_{3}$ Heller (§. 90.).

§. 110.

β. Allgemeine Auflösung.

1) Es werden von der ersten Sorte a
— zweyten — b
— dritten — c ꝛc.

Schäffel, oder überhaupt Dinge genommen.

Der Werth eines Dinges

der ersten Sorte sey = m.
— zweyten — — = n.
— dritten — — = o. ꝛc.

Die Summe der in die Mischung kommenden Dinge sey = $(a + b + c + ..)$; der Werth eines von dem Gemische = x.

2) Man berechne den Werth der einzelnen Dinge, und drücke dann jenen des ganzen Gemisches aus.

a)

y?	a
1	m

$y = am.$

b)

z?	b
1	n

$z = bn.$

c)

w?	c
1	o

$w = co.$

d)

u?	$(a + b + c + ...)$
1	x

$u = x(a + b + c + ...)$

Dieser letzte Werth ist den vorigen Werthen zusammen aus dem vorhin benannten Grunde gleich, daher erhält man diese Gleichung:

$$x(a + b + c + ...) = am + bn + co +.$$

weil

$$y = am.$$
$$z = bn.$$
$$w = co.$$
$$... = ...$$

$$y + z + w + ... = am + bn + co + ...$$

und $u = y + z + w + ...$

$$u = x(a + b + c + ...)$$

daher ist

$$x(a+b+c+\ldots) = am+bn+co+\ldots$$

und

$$x = \frac{am+bn+co+\ldots}{(a+b+c\ldots)}.$$

§. 111.

Nach dieser Formel löse man das vorige Beyspiel auf, wo

$a = 15$, $b = 12$, $c = 0$.

$(a+b+c+\ldots) = 27$.

$m = 17$, $n = 15$, und daher

$$x = \frac{15 \times 17 + 12 \times 15}{27} = \frac{255 + 180}{27}$$

$x = 16\,^1/_9$ fl.

Die Probe könnte nun auf die vorige Weise angestellt werden.

d)

Es ist bekannt der Werth eines bestimmten Maaßes, und das Quantum des Gemisches, mithin der Werth desselben, und es sind bekannt die einzelnen zur Mischung genommenen Dinge, mit Ausnahme eines einzigen, man soll den Werth dieses letztern berechnen.

§. 112.

α. Besondere Auflösung.

Es hat jemand einen Wein, wovon die Maaß 30 kr. kostet, und einen andern Wein, wovon der Werth noch nicht bekannt ist; von

der ersten Sorte nimmt er 24, und von der zweyten Sorte 36 Maaße zur Mischung, wo dann die Maaß 24 kr. kostet; wie theuer ist die zur Mischung genommenen zweyte Sorte?

1) Der Werth einer Maaß von dieser sey $= x$, und es ist $24 + 36 = 60$ Maaß.

2) Man berechne den Werth einer jeden Sorte, oder drücke ihn wenigstens aus, und dann jenen des ganzen Gemisches.

a)		b)		c)	
kr. y?	24 M.	z?	36 M.	u?	60
M. 1	30 kr.	M. 1	x kr.	1	24
$y = 720$ kr.		$z = 36\,x$		$u = 1440.$	

Weil

$$u = y + z \text{ (§. 103), so ist auch}$$

$$1440 = 720 + 36\,x.$$

$$36\,x = 1440 - 720 = 720$$

$$x = \frac{720}{36} = 20 \text{ kr.}$$

Also 1 Maaß der geringern Sorte kostet 20 kr.

Probe.

$$u = 1440 \text{ kr.}$$

$$y = 720 -$$

Man berechne nun den Werth der geringern Sorte.

z?	36 M.
M. 1	20 kr.

$z = 720.$

Deßwegen ist u wirklich gleich $= (x + y)$,
da $720 + 720 = 1440$
und die vorige Berechnung ist richtig.

§. 113.

β. Allgemeine Auflösung.

Von der ersten Sorte koste die Maaß a kr., und man nehme davon m Maaße; — von der zweyten b kr., und man nehme davon n Maaße; und so fortgesetzt; von jener Sorte, von der der Werth unbekannt = x ist, nehme man q Maaße; die Maaß vom Gemische koste d kr., wie groß ist nun x?

1) Man drücke die Werthe aller Sorten, und dann jenen des Gemisches aus.

a)

y?	m.
1	a.

$y = am.$

b)

z?	n.
1	b.

$z = bn.$

c)

w?	q.
1	x.

$w = qx.$

d)

u?	$(m + n + q + \ldots)$
1	d

$u = d(m + n + q + \ldots)$

$u = dm + dn + dq + \ldots$;

$(m + n + q + \ldots)$ drückt das Quantum — die Summe der Maaße — des ganzen Gemisches aus.

2) Aus dem schon angegebenen Grunde erhält man diese Gleichung:

$$u = y + z + w + \ldots$$

al-

also

$$dm + dn + dq + .. = qx + am + bn.$$

Man suche x

$$qx = (dm + dn + dq + ..) - am - bn...$$

$$x = \frac{(dm + dn + dq + ..) - (am + bn + ..)}{q}$$

$$x = \frac{d(m + n + q + ..) - (am + bn + ..)}{q.}$$

§. 114.

Nach dieser Formel mache man die vorige Auflösung, wo nun

$a = 30$, $m = 24$, $b = 0$, $n = 0$.
$q = 36$, $d = 24$.

$$(m + n + q + ..) = 24 + 0 + 36 + 0 = 60.$$

$$x = \frac{24\,(24 + 0 + 36 + 0 ..) - (30 \times 24 + 0 + ..)}{36.}$$

$$x = \frac{24 \times 60 - 30 \times 24}{36.}$$

$$x = \frac{1440 - 720}{36} = \frac{720}{36} = 20 \text{ kr.}$$

Wenn bey diesen Aufgaben der Werth von mehr als einer Sorte unbekannt ist, so erhält man eine unbestimmte Gleichung mit mehrern unbekannten Größen, die dann dadurch aufgelößt wird, daß man anstatt y, z ꝛc. bestimmte Werthe annimmt, auf eine ähnliche Weise, wie es im §. 106. geschehen ist.

e)

Man giebt mehrere Ursachen, die in gewissen Zeiten für sich allein bestimmte Wirkungen hervorbringen, es soll die Zeit bestimmt werden, binnen

welcher sie eine gewiße Wirkung in Verbindung miteinander zugleich hervorbringen.

§. 115.

α. Besondere Auflösung.

In einem gewißen Orte ist ein Gebäude zu errichten. Man läßt die 3 in diesem Orte sich befindlichen Baumeister kommen, und legt ihnen den vorläufigen Plan vor; der Baumeister A erklärt sich, er wolle mit seinen Leuten diese Arbeit in 3 Monaten verrichten, B hingegen in 4, und C in 6 Monaten, man requirirt nun alle 3, es ist daher die Frage, wann werden sie alle zusammen mit ihren Leuten diese Arbeit vollenden?

1) Die Größe, d. h., den körperlichen Inhalt des Gebäudes setze man $= a$, die Zeit $= x$, und mache folgende Ansätze, um das auszudrücken, was jeder von diesen dreyen zur Vollendung des Werkes beyträgt:

A)

y?	x
3	a

$$y = \frac{ax}{3}$$

B)

z?	x
4	a

$$z = \frac{ax}{4}$$

C)

u?	x
6	a

$$u = \frac{ax}{6}.$$

Weil sie zusammen das ganze Gebäude herstellen, so erhält man diese Gleichung:

$$\frac{ax}{3} + \frac{ax}{4} + \frac{ax}{6} = a.$$

mit a dividirt,

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} = 1.$$

$$24x + 18x + 12x = 72.$$

mit 6 verkleinert,

$$4x + 3x + 2x = 12.$$

$$9x = 12$$

$$x = 12/9 = 1\,3/9 = 1\,1/3 \text{ Mon.}$$

$1\,1/3 = 4/3 = x$, $1\,1/3$ Mon. = 1 M. 10 Tagen, wenn man das Monat zu 30 Tagen rechnet, welches aber etwas zu viel ist, da man etwa nur 26 Tage im Allgemeinen annehmen dürfte, zu denen, wenn die Umstände keine Ausnahme erfordern, gearbeitet wird.

Probe.

Man nehme an, die Größe des Gebäudes a = 81000 Kubikfuß; dann ist

$$y = \frac{ax}{3} = \frac{81000 \times 4/3}{3} = \frac{27000 \times 4}{3} = 9000 \times 4$$

$$y = 36000.$$

$$z = \frac{ax}{4} = \frac{81000 \times 4/3}{4} = \frac{27000 \times 4}{4} = 27000.$$

$$u = \frac{ax}{6} = \frac{81000 \times 4/3}{6} = \frac{27000 \times 4}{6} = 4500 \times 4$$

$$u = 18000.$$

also

$$y = 36000$$
$$z = 27000$$
$$u = 18000$$

$$y + z + u = 81000 = a.$$

Deßwegen ist die durch die vorige Auflösung gefundene Zeit x = 1 1/3 M. wirklich diejenige Zeit, binnen welcher von diesen 3 Baumeistern das Gebäude wird hergestellt seyn.

§. 116.

β. Allgemeine Anflösung.

Die Wirkung, welche durch mehrere Ursachen gemeinschaftlich binnen der Zeit x hervorgebracht wird, sey = a; es seyen m. Ursachen, die erste bringe diese Wirkung allein in der Zeit b, die andere in der Zeit c, die dritte in der Zeit d ꝛc. hervor.

Wann wird nun diese nämliche Wirkung von allen Ursachen zugleich, wenn sie gemeinschaftlich zusammenwirken, hervorgebracht werden?

1) Man setze an:

a) Die erste Ursache würde in der Zeit b die Wirkung a hervorbringen, wieviel trägt sie in die Zeit x dazu bey?

b) Die zweyte Ursache ꝛc.

a)		b)	
y?	x	z?	x
b	a	c	a

$$y = \frac{ax}{b} \qquad z = \frac{ax}{c}$$

c)

$$\begin{array}{r|l} u? & x \\ d & a \end{array}$$

$$u = \frac{xa}{d}$$

und so fortgesetzt.

Gemäß dem vorhin Gesagten erhält man diese Gleichung:

$$\frac{ax}{b} + \frac{ax}{c} + \frac{ax}{d} + \ldots = a.$$

Mit a verkleinert

$$\frac{x}{b} + \frac{x}{c} + \frac{x}{d} + \ldots = 1.$$

$$x(cd\ldots) + x(bd\ldots) + x(bc\ldots) = 1\,(bcd\ldots)$$

$$x(cd\ldots + bd\ldots + bc\ldots) = 1\,(bcd\ldots)$$

$$x = \frac{1\,(bcd\ldots)}{(cd\ldots + bd\ldots) + bc\ldots)}$$

§. 117.

Nach dieser Formel löse man die vorige Aufgabe auf:

da ist

$m = 3$, $a = 81000$, $b = 3$, $c = 4$, $d = 6$.

also

$$x = \frac{1\,(3 \cdot 4 \cdot 6.)}{4 \cdot 6 + 3 \cdot 6 + 3 \cdot 4.}$$

$$x = \frac{72}{24 + 18 + 12.}$$

$$x = \frac{12}{4 + 3 + 2} = {}^{12}/_{9} = 1\,{}^{1}/_{3}.$$

$x = 1\,{}^{1}/_{3}$ M.

Also wieder das vorige Resultat; wenn man nämlich gleichförmig wirkende Ursachen

voraussetzt, d. i., solche, die binnen der nämlichen Zeit die nämliche Wirkung wieder hervorbringen.

§. 118.

Es versteht sich von selbst, daß bey der Verbindungs-Regel die bisher mittels der allgemeinen Auflösung aufgestellten Formeln eben so benützt werden können, wenn unter der nämlichen Bedingung und in dem nämlichen Verhältnisse andere Dinge, die miteinander gemischt werden, oder als Ursachen eine gemeinschaftliche Wirkung hervorbringen, gegeben werden, als gerade diejenigen sind, die in den eben aufgelößten Aufgaben benannt wurden.

Durch vielfache Uebung wird man es bald so weit bringen, daß man, wenn auch nicht in allen, doch aber in den mehresten vorkommenden practischen Fällen gleich zum voraus genau bestimmen kann, ob und in wie ferne die vorliegende Aufgabe auflößbar sey, zu welcher Klasse der Aufgaben sie gehöre, nach welcher Formel, und nach welchen Regeln sie nun aufgelößt werden müsse.

Ich werde deßwegen am Ende dieses Abschnittes mehrere, ohne alle Ordnung hingesetzte Beyspiele bloß angeben, ohne sie auszuarbeiten, und die gehörige Auflösung zu geben; damit die Anfänger Gelegenheit haben, sich selbst zu üben, und gleichsam auf die Probe zu stellen, ob und wie sie das in der gegenwärtigen Abhandlung

über die Benützung des Reesischen Ansatzes Vorgetragene verstanden haben.

§. 119.

Ich habe zwar bisher schon bey allen für die Verbindungs-Regel aufgestellten Formeln die Anwendung derselben gezeigt, indem ich die vorangeschickte besondere Auflösung nach der als allgemein giltig erwiesenen Formel gleichsam wiederholte, und die nämliche Aufgabe auf eine zweyfache Weise auflößte.

Demungeachtet, um die Sache auf die möglichste Weise deutlich darzustellen, will ich über die Verbindungs-Regel noch ein Beyspiel, wofür die besondere Auflösung nicht gegeben wird, nach der Formel bearbeiten, um zu zeigen, wie man sich bey practischen Fällen zu benehmen habe, um geschwind und richtig das verlangte Resultat zu finden.

Dabey kann man zugleich sehen, wie etwa die allgemeine Formel nach dem individuellen Bedürfnisse der Aufgabe hergestellt werden müsse, um durch sie in jedem besondern Falle die anverlangte Auflösung bewerkstelligen zu können.

§. 120.

Ein Wasser-Behältniß faßt 800 Eimer; aus 4 Röhren fließt Wasser in dasselbe; das erste, wenn es allein laufen würde, füllt selbes in 3 Tagen, das zweyte unter der nämlichen Bedingung in 4, das dritte in 6, und das vierte in 8 Tagen an; —

Nun ist die Frage: wenn vorausgesetzt wird, daß binnen der nämlichen Zeit durch das nämliche Rohr immer auch die nämliche Quantität von Wasser in das Behältniß komme, wann wird dieses voll seyn, wenn durch alle 4 Röhren zugleich Wasser hineinläuft?

Auflösung.

Man nehme die im §. 116. aufgestellte Formel

$$x = \frac{1\,(bcd\ldots)}{(cd\ldots + bd\ldots + bc + \ldots)},$$

die nur für 3 Ursachen entwickelt wurde; die Zeit, binnen welcher durch das vierte Rohr das Behältniß angefüllt würde, sey = f; weil dieses als Nenner in der Gleichung vorkömmt, so multiplicire man damit alle übrigen Glieder, oder vielmehr die Coefficienten derselben, als cd, bd, bc, und bcd; dann 1 als den Coefficienten dieses Gliedes, wo f vorkömmt, multiplicire man mit bcd; es wird sich die vorige Formel in diese verwandeln:

$$x = \frac{1\,(bcdf)}{(cdf + bdf + bcf + bcd)}$$

da ist nun a = 800, b = 3, c = 4, d = 6, f = 8.

und

$$x = \frac{1\,(3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8)}{(4 \times 6 \times 8) + (3 \times 6 \times 8) + (3 \times 4 \times 8) + (3 \cdot 4 \cdot 6.)}$$

$$x = \frac{576}{192 + 144 + 96 + 72.}$$

$$x = \frac{576}{504} = 1\,\frac{72}{504} = 1\,{}^1/_7 = {}^8/_7.$$

Weil die Bedingung in Tagen ausgedrückt ist, so wird also das Behältniß in $1\,{}^1/_7$ T. voll seyn.

Probe.

Diese mache man ebenfalls nach der Formel, um die Mühe des mehrmaligen Ansetzens zu ersparen.

Beym ersten Rohr läuft in das Behältniß in der Zeit $x = 1\,{}^1/_7 = {}^8/_7$ T.

Wasser hinein $y = \frac{ax}{b}$.

beym zweyten $z = \frac{ax}{c}$.

— dritten $u = \frac{ax}{d}$.

— vierten $w = \frac{ax}{f}$.

Nun ist

$$\frac{ax}{b} = (800 \times {}^8/_7 : 3 = \frac{6400}{7} : 3 = \frac{6400}{21} = 304\,{}^{16}/_{21}$$ Eymer.

$$\frac{ax}{c} = (800 \times {}^8/_7) : 4 = \frac{6400}{7} : 4 = \frac{1600}{7} = 228\,{}^{12}/_{21}$$

$$\frac{ax}{d} = (800 \times {}^8/_7) : 6 = \frac{6400}{7} : 6 = \frac{6400}{42} = 152\,{}^{8}/_{21}$$

$$\frac{ax}{f} = (800 \times {}^8/_7) : 8 = \frac{6400}{7} : 8 = \frac{800}{7} = 114\,{}^{6}/_{21}.$$

folglich ist

$$y = \frac{ax}{b} = 304\,{}^{16}/_{21}$$
$$z = \frac{ax}{c} = 228\,{}^{12}/.$$
$$u = \frac{ax}{d} = 152\,{}^{8}/.$$
$$w = \frac{ax}{f} = 114\,{}^{6}/.$$

$$y + z + u + w = \frac{ax}{b} + \frac{ax}{c} + \frac{ax}{d} + \frac{ax}{f} = a$$

und es ist ebenfalls

$$304\,{}^{16}/_{21} + 228\,{}^{12}/. + 152\,{}^{8}/. + 114\,{}^{6}/. = 800 \text{ E.}$$

Also wird das Behältniß in $1\,{}^{1}/_{7} = {}^{8}/_{7}$ T. voll seyn, wenn gemäß der vorausgesetzten Bedingung durch alle 4 Röhre zugleich in dasselbe Wasser hineinläuft.

F.

Reductionen verschiedener Maaße und Gewichte rc.

§. 121.

Das königlich baierische Regierungsblatt — LX. Stück. München, Samstag den 28. Sept. 1811. S. 1177. — enthält eine allerhöchste Bekanntmachung, welche die von der königlichen Münz-Kommission vollendete Reduction der bisherigen Gewichte, und Getraid- Längen- und Flüssigkeits-Maaße, der verschie-

denen mit dem Königreiche Baiern vereinigten Provinzen, auf die neuen durch die königliche Verordnung vom 28. Februar 1809 — Reggsblatt v. J. 1809. St. XX. S. 473. — allgemein vorgeschriebenen Maaße und Gewichte betrifft.

Diese eben erwähnte Reduction erstreckt sich also bloß auf diejenigen Provinzen, die nun mit dem Königreiche Baiern vereiniget sind, und keineswegs auf die in andern Ländern üblichen Maaße und Gewichte.

Es steht aber jedes Land mit andern, zumal den angrenzenden Ländern, im wechselseitigen Verkehr; daher nun auch nicht selten der Fall eintritt, daß die Größe von gewißen Dingen, die z. B. im baierischen Maaße oder Gewichte ausgedrückt ist, auch im ausländischen Maaße oder Gewichte ausgedrückt werden soll. Die Dinge, derer Größe mittels gewißer Maaße durch Zahlen ausgedrückt wird, sind immer die nämlichen, ihre Größe wird nur durch verschiedene Maaße bestimmt, welches nun eben das Reduciren derselben genannt wird. Das Wort „Reduction" wird also hier in einem andern Sinne, als im §. 47. genommen, wo ich mit dem Ausdrucke Reduction jene Veränderungen bezeichnete, wodurch eine Summe gegebener benannter Einheiten auf eine andere Benennung gebracht wird.

§. 122.

Dazu bedarf man eigener Tabellen, worinn das Verhältniß der in verschiedenen Ländern

und Oertern üblichen Maaße und Gewichte nach einem als Maaßstab angenommenen Maaße oder Gewichte, womit nämlich alle übrigen verglichen werden, ausgedrückt ist.

In jedem bessern Lehrbuche findet man solche Tabellen vorräthig; ich benütze bey der Auflösung nachstehender Aufgaben diejenigen Tabellen, welche der Herr geistliche Rath und Professor Magold als Anhang dem ersten Theile seines mathematischen Lehrbuches, in Betreff der in verschiedenen Ländern, vorzüglich in Baiern üblichen Maaße, Gewichte und Münzen, beygefügt hat.

a)

Vom Längenmaaße in Ellen und Schuhen ausgedrückt.

§. 123.

I. Beyspiel.

Wieviel betragen 100 baierische Schuhe nach dem Wiener-Fuß-Maaße?

Auflösung.

1) Man suche in dem eben erwähnten Anhange Seite 461. in der Tabelle C, welche die Aufschrift hat: „Verhältnisse verschiedener Fuß- und Ellen-Maaße nach dem Pariser-Fuß zu 144 Dec. Linien, und man wird finden:

1 baier. Schuh = 129, 38 Pariser Linien, und 1 Wiener-Fuß = 140, 13 Pariser Linien.

2) Weil man hier gleichartige Größen hat, nämlich eine Länge, und wieder eine Länge, und beide durch einerley Maaß — durch Pariser Linien — bestimmt sind, so verhalten sich diese beiden Schuhe, wie die Zahlen, die ihre Größe ausdrücken, folglich erhält man diese Proportion:

1 baier. Fuß : 1 Wiener Fuß = 129, 38 : 140, 13.

Das Product der äussern Glieder ist gleich dem Producte der mittlern Glieder:

1 baier. Fuß X 140, 13 = 1 W. Fuß X 129, 38.

und

140, 13 baier. Fuß = 129, 38 W. Fuß.

3) Diese Aufgabe gehört zur einfachen geraden Regeldetri, denn eine 2, 3, m. mal größere Summe von baier. Schuhen geben auch eine 2, 3, m. mal größere Summe im Wiener-Fuß-Maaße (§. 6.) daher setze man nun nach §. 20. Reesisch an:

Wieviel Wiener-Fuß — x? — geben 100 baierische Schuhe, wenn 140, 13 baier. Fuß im Wiener-Fuß-Maaße 129, 38 Sch. geben?

W. F. x?	100 B. Sch.
B. Sch. 140, 13	129, 38 W. F.

$$x = \frac{129,38 \times 100}{140,13} = \frac{1293800}{14013}.$$

es ist also

x = 92, 329 Wien. F.

Es geben also 100 baier. Schuhe im Wiener-Fuß-Maaße x = 92, 329 Wien. Schuhe.

Die Probe

würde gemacht, wenn nun die Aufgabe so gesetzt würde: „Wieviel betragen 92, 329 Wien.

Fuß nach dem baierischen Fuß-Maaße?"; wo dann die Auflösung ganz wieder die nämliche wäre, und man aus dem gefundenen Resultate, welches = 100 baier. Fuß seyn soll, ersehen wird, ob und in wie ferne die vorige Auflösung richtig ist oder nicht.

Auf die nämliche Art lassen sich die Schuhe verschiedener Oerter, von denen in den vorhandenen Tabellen die Größe des Fuß-Maaßes ausgedrückt ist, aufeinander reduciren.

§. 124.

II. Beyspiel.

Wieviel Ellen betragen 100 Frankfurter Ellen im baierischen Ellen-Maaße?

Auflösung.

1) Man findet in der nämlichen vorhin benannten Tabelle:

1 Elle von Frankfurt am M. hält 239, 2 Pariser Linien, und 1 baier. Elle hält 370, 16 solche Linien; also aus dem angegebenen Grunde: 1 Fr. Elle : 1 baier. Elle = 239, 2 : 370, 16.

2) Das Product der äußern Glieder ist gleich dem Producte der mittlern: 370, 16 Fr. Ellen = 239, 2 baier. E.

3) Man setze Reesisch an:

Wieviel baier. Ellen geben 100 Frankfurter Ellen, wenn 370, 16 Fr. E. — 239, 2 baier. Ellen geben?

b. E. x	100 Fr. Ellen
Fr. E. 370, 16	239, 2 b. Ellen

$$x = \frac{239,2 \times 100}{370,16}.$$

x = 64, 62 ...; soviel baier. Ellen geben nun 100 Fr. Ellen.

Die Probe

würde man auf die vorige Weise machen, indem man ansetzen würde: „Wieviel Fr. Ellen geben 64, 62, baier. Ellen?“ ꝛc.

Wenn man auch nicht genau wieder 100 bekömmt, so wird man doch aus der größern oder kleinern Differenz die Richtigkeit der vorigen Auflösung ermessen können.

Auf die nämliche Weise lassen sich die Ellen verschiedener Oerter aufeinander reduciren.

b)

Vom Längenmaaße in Meilen ausgedrückt.

§. 125.

I. Beyspiel.

Wieviel betragen 200 baierische Chaussée-Meilen an Oestreicher Postmeilen?

Auflösung.

1) Man suche in der Meilen-Tabelle E. S. 465, und man wird da finden: 1 baier. Chaussée-Meile hält 22826, 6 Pariser Fuß, und 1 östr. Meile hält 23354, 5 P. F.

also

1 baier. M. : 1 östr. = 22826, 6 : 23354, 5.

und

23354, 5 bair. M. = 22826, 6 östr. Meilen.

2) Man setze also Reesisch an:

Wieviel östr. Postmeilen geben 200 baier. Chaussée-Meilen, wenn 23354, 5 baier. M. 22826, 6 östr. P. M. geben?

östr. M. x?	200 b. M.
b. M. 23354, 5	22826, 6 östr. M.

$$x = \frac{22826,6 \times 200}{23354,5} = 195,479.$$

Also geben sie x = 195, 48 östr. Postmeilen.

Die Probe würde wieder auf die vorhin angegebene Weise gemacht werden, welches bey diesen Beyspielen immer auf die nämliche Weise geschehen kann.

§. 126.

II. Beyspiel.

Die Erde wird wegen der geringen Abweichung von der wahren Kugelgestalt als eine Kugel angenommen; daher bestimmt die Peripherie des Erdmeridians, welche in 360 Grade eingetheilt wird, wo dann 15 sogenannte deutsche, oder geographische Meilen auf einen Grad gerechnet werden, den Umfang der Erdkugel, und beträgt 5400 solche geographische Meilen.

Nun ist die Aufgabe: Wieviel baierische Chaussée-Meilen geben diese 5400 geogr. Meilen, d. h., wie groß ist der Umfang der Erde, wenn er ausgedrückt wird in solchen

baie-

baierischen Meilen, wovon eine — zwey sogenannte Stunden ausmacht?

Auflösung.

1) Man suche in eben dieser Tabelle, wo es ausgesetzt ist, wieviel Meilen jederzeit auf einen Meridian Grad gehen:

15, 028 baierische Meilen = 1 Merid. Grad,

15 geograph. Meilen = 1 Merid. Gr.

Zwey Größen, die einer dritten gleich sind, sind auch unter sich gleich, also

15 geogr. M. = 15, 028 baier. Meilen.

2) Nun setze man Reesisch an:

Wieviel baierische Meilen geben 5400 geographische; wenn 15 solche 15, 028 b. M. geben?

b. M.	x?	5400 g. M.
g. M.	15	15, 028 b. M.

$$x = \frac{5400 \times 15,028}{15}$$

$x = 360 \times 15,028.$

$x = 5410,08.$

Also hat die Erde im Umfange 5410, 08 baier. Meilen, und — weil 1 Meile 2 Stunden hält — 10820, 16 sogenannte baier. Stunden.

Eben so verfahre man bey andern vorkommenden Beyspielen, welche die Reductionen verschiedener Meilen-Maaße betreffen.

c)

Vom Gewichte.

§. 127.

I. Beyspiel.

Wieviel betragen 50 ℔ baierischen Handels-Gewichtes nach dem neuesten französischen Gewichte Grammes?

Auflösung.

1) Vermöge der Tabelle ist:

1 ℔ baier. Handels-Gewichtes = 11682 Aß. holl. Tr. Gew. und 1 franz. Gramme = 20,8128 holl. Aß., also

baier. ℔ : franz. Gramme = 11682 : 20,8128.

und

20,8128 b. ℔. = 11682 fr. Grammes.

2) Man setze nun Reesisch an:

Wieviel franz. Grammes geben 50 b. ℔; wenn 20,8128 b. ℔, 11682 franz. Grammes geben?

fr. Gr.	x?	50 b. ℔
b. ℔	20,8128	11682 fr. Gr.

$$x = \frac{50 \times 11682}{20,8128} = 28064,4 \ldots$$

Folglich machen 50 baierische ℔ — 28064,4 franz. Grammes.

§. 128.

II. Beyspiel.

Wieviel betragen 60 ℔ preuß. Handels-Gewichtes im baier. Gewichte.

Auflösung.

1) Man suche in der vorigen Tabelle, welche die Aufschrift führt „F Bestimmung „verschiedener Gewichte nach holländischen Aßen „Troygewichts"; da findet man:

1 ℔ preuß. H. G. = 9747 Aß. h. Tr. G.
1 ℔ baier. H. G. = 11682 holl. Aß.

also

1 ℔ preuß. G. : 1 ℔ baier. G. = 9747 : 11682.

und

11682 ℔ preuß. G. = 9747 baier. ℔.

2) Setze man nun Reesisch an:

Wieviel baier. ℔ geben 60 ℔ preuß. Handels-Gewichtes; wenn 11682 preuß. ℔, 9747 baier. ℔ geben?

b. ℔ x?	60 pr. ℔
pr. ℔ 11682	9747 b. ℔

$$x = \frac{9747 \times 60}{11682} = 50{,}061.$$

Also geben 60 pr. ℔ im baierischen Handels-Gewichte 50,061 ℔, d. h., sie geben 50 ℔, 1 Loth, 3,808 Quintl. (§. 90.)

d)

Von Münzen.

§. 129.

I. Beyspiel.

Wieviel betragen 20000 Pfund Sterling englischen Geldes im baierischen Gelde nach dem 24 Gulden-Fuß?

Auflösung.

1) Man suche in den Tabellen III. Abtheilung, wo von den Münzen die Rede ist, in dem mehrmal erwähnten Lehrbuche des Herrn geistlichen Rathes Magold, man findet da in der Tabelle, welche die Aufschrift führt: „D. Verhältniß verschiedener Rechnungs-Münzen", daß ein Pf. Sterling im 24 Gulden-Fuß im Werthe 11 fl. 17 kr. = $11 \frac{17}{60}$ fl. hat.

2) Man setze also Reesisch an:

Wieviel betragen nach dem 24 Gulden-Fuß 20000 Pf. St.; wenn 1 Pf. Sterling $11 \frac{17}{60}$ fl. hat? Es ist $11 \frac{17}{60} = \frac{677}{60}$, daher:

fl.	x?	20000 Pf. St.
Pf. St.	1	$\frac{677}{60}$ fl.

$$6x = \frac{677 \times 2000}{6}$$

$$x = 225666 \frac{2}{3} \text{ fl.}$$

Also geben 20000 Pf. St. im baierischen Gelde x = 225666 fl. 40 kr.

§. 130.

II. Beyspiel.

Wieviel betragen in Oestreich nach dem 20 Gulden-Fuß 1000 fl. baier. Geldes?

Auflösung.

1) Man rechnet sowohl in Baiern, als auch in Oestreich nach Gulden, Groschen ꝛc.; der Unterschied ist aber dieser, in Baiern gilt der 24 Gulden- in Oestrrich aber der 20 Gul-

den-Fuß; daher hat der baier. Gulden 60, und der östreicher Gulden 72 kr.

2) Man erhält also diese Proportion:

baierisch Geld : östreichisch Geld

$= 20:24 = 5:6$, mithin

z. B. 6 baier. Gulden geben 5 östr. Gulden.

3) Man setze also Reesisch an:

Wieviel östreicher Gulden geben 1000 baier. Gulden, wenn 6 solche 5 östr. Gulden geben?

östr. G.	x?	1000 b. G.
b. G.	6	5 östr. G.

$$6x = 1000 \times 5 = 5000$$

$$x = \frac{5000}{6} = 833\,{}^{2}/_{6} = 833\,{}^{1}/_{3} \text{ fl.}$$

Also 1000 fl. baier. Geldes nach dem 24 Gulden-Fuß betragen in Oestreich nach dem 20 Gulden-Fuß $x = 833\,{}^{1}/_{3}$ fl.

§. 131.

Es ist nicht nothwendig, über die Reductions-Fälle mehrere ähnliche Beyspiele anzuführen, da der Gebrauch der hiezu benöthigten Tabellen theils für sich schon, theils aus den bisherigen Aufgaben verständlich ist.

Bloß will ich noch die Bemerkung beyfügen, daß ich die im §. 20. aufgestellte Formel mit einiger Abänderung benützte, um für vorkommende practische Fälle die Auflösung auf die möglichst einfachste Weise dadurch zu bewerkstelligen, daß ich den früherhin erwähnten Vorbereitungs-Ansatz entbehrlich machte.

Ich verwechselte nämlich die Glieder des

zweyten Productes, oder vielmehr die mittlern Glieder der geometrischen Proportion, wie man, wenn nachstehende Formel mit der im §. 20. aufgestellten verglichen wird, offenbar sehen wird; welches, wie ich schon bemerkte, allerdings geschehen kann, da sich die Verhältnisse auf die Verhältnisse bloßer Zahlen reduciren lassen.

Ich setzte daher diese Aufgabe: „Welche Wirkung giebt die Ursache c, wenn die Ursache C die Wirkung E giebt?“ Und machte dann die Auflösung nach dieser Formel:

$$\begin{array}{c|c} x? & c \\ C & E \end{array}$$

$x = \frac{cE}{C}$, das eben so viel ist also: $x = \frac{Ec}{C}$.

G.

Zur Uebung verschiedene Beyspiele.

§. 132.

Was ich im §. 118. erwähnet habe, will ich nun zum Schlusse dieser gegenwärtigen Abhandlung ausführen, nämlich mehrere Beyspiele ansetzen, die zur sogenannten Regeldetri gehören, und also durch Hülfe des Reesischen Ansatzes kraft des bisher Erklärten aufgelößt werden können.

Man löse sie also nach den nun aufgestellten Formeln und Regeln wirklich auf, mache jederzeit, wenn man noch nicht von der Rich-

tigkeit seiner gefundenen Resultate überzeugt ist, die Probe, dann setze man sich selbst Beyspiele an, und übe sich auf diese Weise so lange, bis man sich die jedesmalige Verfahrungs-Weise ganz eigen gemacht hat, um dann bey jedem vorkommenden Falle geschwind und richtig die anverlangten Resultate zu finden.

Einem studierenden Jünglinge, der viele Jahre hindurch mathematischen Unterricht genießt, müßte es um so mehr zur Schande angerechnet werden, wenn er nicht einmal die im gemeinen Leben vorkommenden Rechnungs-Aufgaben auflösen könnte.

§. 133.

I.

Wenn ein gewißer Vorrath von Lebensmitteln in 10 Tagen von 80 Personen aufgezehrt wird, wie lange könnten 50 Personen davon ernährt werden?

II.

Wenn jemand jährlich 36 fl. Lohn hat, wieviel trifft auf ein Monat, eine Woche, einen Tag?

III.

Petrus leiht dem Paulus 1000 fl., ohne einen Zins zu erhalten, 6 1/2 Jahr hindurch, um sich nun zu entschädigen, entlehnt er vom Paulus 600 fl.; wie lange darf er nun dieses Geld behalten, in der Voraussetzung, daß jedes-

mal nur das Kapital, und nicht auch wieder die Zinse verzinset werden?

IV.

4 Arbeiter machen innerhalb 8 Tagen, wenn sie täglich 8 Stunden arbeiten, 30 Kl. Holz, wieviel Tage werden 10 Arbeiter zu 60 Kl. brauchen, wenn sie täglich 10 Stunden arbeiten?

V.

Wenn 100 fl. in 1 Jahre 5 fl. Zins geben, viel erhält man von 6748 fl. in 10 2/3 Jahren?

VI.

Damit ein gewißer Vorrath von Lebensmitteln einer gewißen Anzahl Soldaten auf 10 3/4 Monate erklecke, muß die Mund-Portion 1 ℔ 8 Loth schwer seyn, wie schwer muß diese seyn, wenn eben dieser Vorrath der nämlichen Anzahl von Soldaten auf 8 Monate erklecken soll?

VII.

Wieviel Secunden geben 48 Jahre?

VIII.

Wieviel Centner geben 24000 Quintl?

IX.

Was kosten 24 baierische Eimer von einem gewißen Weine, wenn 1 Achterl 7 kr. 4 Heller kostet, und 60 Maaße 1 Eimer geben?

X.

Wenn 1 Centner von einer gewißen Waare 600 fl. 30 kr. kostet, was kosten 3 Quintl der nämlichen Waare im baier. Handels-Gewichte?

XI.

Wenn 20 Ellen zu Fränkfurt 120 fl. kosten, was kostet von der nämlichen Waare 1 Elle nach dem baier. Maaße?

XII.

Der Durchmesser der Erde wird von einigen = 1720 geographischen Meilen angenommen, wie groß ist derselbe, wenn er in baierischen, italienischen und schweizerischen Meilen ausgedrückt wird, und wieviel hält er griechisch olymp. Stadien?

XIII.

Ein Goldschmid hat dreyerley Silber, ein 15, 14, 9 löthiges Silber, nun möchte er zu 8 Mark von jeder Sorte soviel zur Mischung nehmen, um dann ein 13 löthiges zu erhalten, wieviel darf er von jeder Sorte dazu nehmen?

XIV.

Unter 4 Personen sollen 1248 fl. 30 kr. so vertheilt werden, daß die Theile sich verhalten wie $1/2$, $1/3$, $1/4$ und $1/5$, nämlich der Theil des ersten wie $1/2$, der Theil des zweyten wie $1/3$ ꝛc.; was trifft nun jeder Person?

XV.

Drey Personen haben miteinander eine Gesellschaft errichtet; A hat 430 fl. 30 kr. auf 4 Monate, B 680 fl. 20 kr. auf 6 Monate, und C 800 fl. 40 kr. auf 8 Monate hergegeben, sie haben zusammen 480 fl. 36 kr. gewonnen; wie groß ist nun der Gewinnst eines jeden?

XVI.

Man soll einen Wein, wovon 1 Maaß 1 fl. 12 kr. kostet, mit einem andern Weine, wo die Maaß 48 kr. kostet, so mischen, daß das ganze Gemisch 50 M. beträgt, und dann die Maaß 58 kr. kostet; wieviel darf man von jeder Sorte nehmen?

XVII.

Es will jemand 6 Eimer = 360 M. Wein erhalten, und dann die Maaß um 24 kr. geben; wieviel darf er von jeder Sorte nehmen, wenn die Maaß der ersten Sorte 12 kr., der zweyten 19 kr., der dritten 30 kr. und der vierten Sorte 36 kr. kostet?

XVIII.

Ein Wirth wird gefragt, was er für Weine habe; Er antwortet: 3 Maaße von der ersten, 4 M. von der zweyten, und 2 M. von der dritten Sorte kosten 7 fl., — 1 Maaß von der ersten, 12 M. von der zweyten, und 5 M. von der dritten Sorte kosten 15 fl. 12 kr., — endlich

10 Maaße von der ersten, 8 M. von der dritten, und 20 Maaße von der zweyten Sorte kosten 30 fl.; — was kostet nun eine Maaß von jeder Gattung?

XIX.

3 Oerter müssen miteinander eine gemeinschaftliche Last von 648 fl. 24 kr. 4 Heller nach der von ihnen zu entrichtenden Steuer tragen;

A	bezahlt Steuer	780 fl.	24 kr.	3 Heller.
B	— —	1048 =	36 =	7 =
C	— —	629 =	48 =	5 =

was trifft nun dem Orte A, dann dem Orte B und C zu entrichten?

XX.

Eine Festung ist dermassen mit Proviant versehen, daß 10,000 Mann 60 Tage hindurch, wenn jedem Manne täglich 2 ½ Pfund Brod gegeben wird, ernährt werden können; nun aber kommen noch 2000 Mann in die Festung, wodurch die Besatzung auf 12000 Mann angewachsen ist, die sich nun 40 Tage halten soll, wieviel Brod darf jetzt jedem Manne täglich gegeben werden?

XXI.

Ein Stein fällt von einem Thurme während 6 Secunden; wie hoch ist dieser Thurm?

Man weiß aus Erfahrung, daß ein Körper im freyen Falle in der ersten Secunde

beynahe 15 Pariser Fuß, in der zweyten 45, in der dritten 75 Fuß u. s. f. zurücklege, mithin in jeder folgenden Secunde um 30 Fuß mehr, als in der unmittelbar vorhergegangenen; deshalb kann diese Aufgabe durch Hülfe der geometrischen Proportionen nicht aufgelößt werden, weil die Zeiten mit den Räumen in keinem Verhältnisse stehen (§. 64.).

Wohl aber, was in der Physik bey der Lehre der gleichförmig beschleunigten Bewegung erwiesen wird, verhalten sich die Quadrate der Zeiten, wie die Räume, die ein aus einer Höhe frey herabfallender Körper durchläuft — „Spatia in motu uniformiter accelerato sunt in ratione duplicata temporum, vel celeritatum" —; d. i.

$t^2 : T^2 = s : S$, oder
$c^2 : C^2 = s : S$; wo t, T

die Zeiten, — c, C die Geschwindigkeiten, — und s, S die durchlaufenen Räume ausdrücken.

In der vorliegenden Aufgabe erhält man demnach folgende Proportion:

Sec. Sec. Höhe. H.
$1^2 : 6^2 = 15 : x$? $1^2 = 1$, und $6^2 = 36$, also
$1 : 36 = 15 : x$;

wo nun die Auflösung nach den Gesetzen der einfachen geraden Regeldetri (§§. 19. 20.) mittels des nachstehenden Vorbereitungsansatzes gemacht wird:

Sec. $1^2 = 1 : 6^2 = 36$
Paris. F. $15 : x$?

Das Resultat erhält man in einem Längenmaaße nach dem Pariser-Fuß, welches dann noch auf das baierische Längenmaaß reducirt werden müßte, wenn auch die Höhe des Thurmes bestimmt in baierischen Schuhen verlangt würde.

Man wird aus dieser einzigen Aufgabe leicht einsehen, warum ich solche Beyspiele, zu derer Auflösung anderwärtige Kenntnisse erfordert werden, absichtlich vermied; weil nämlich die in dieser Abhandlung vorgetragenen Grundsätze und Regeln, da die Analogie der Verhältnisse aus den im II. Abschnitte erwiesenen Lehrsätzen nicht erkannt werden kann, keineswegs zureichend sind, um bey derley Aufgaben durch Hülfe des Reesischen Ansatzes das verlangte Resultat zu finden.

Verzeichniß einiger Druckfehler.

Seite	Zeile.	anstatt	lese man
42	ꝛc.	immerhin, so oft „Z“ vorkömmt	z
44	10	Y Z	y z
47	17	10 (600. 6. 4)	10 (6000. 6. 4)
52	4	n y	p y
57	15	300	130
59	10	e) $\frac{1}{N} : \frac{1}{m} =$ ꝛc.	e) $\frac{1}{N} : \frac{1}{n} =$ ꝛc.
63	10	R	U
72	5	4 2/5	4 3/5
73	24	53/8	53/6
79	25	fl. fl. kr. kr. $a : \alpha - b : \beta$	fl. fl. kr. kr. $a : \alpha = b : \beta$
91	23	1 : 24 Tagen	1 : 48 Tagen
117	24	4 baier. Dreyßger	4 halbe Dreyßger
137	17 bey III.	$y = \frac{cq.\ D}{(ao\ ꝛc.}$	$z = \frac{cq.\ D.}{(ao\ ꝛc.}$
153	8	den Schaden	der Schaden
180	24	in die Zeit	in der Zeit
184	6	alle 4 Röhren	alle 4 Röhre

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Bundschue, Johann von Gott,

Anleitung zur Begründung des Reesischen Ansatzes in der Lehre der geometrischen Proportionen

Kempten 1812

Math.p. 59 d
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10081542-1